

TERENZIO COZZI

SVILUPPO
E STABILITÀ
DELL'ECONOMIA

FONDAZIONE LUIGI EINAUDI - TORINO

FONDAZIONE LUIGI EINAUDI

«Studi»

— 6 —

SVILUPPO E STABILITÀ DELL'ECONOMIA

di

TERENZIO COZZI

TORINO - 1969

FONDAZIONE LUIGI EINAUDI

SVILUPPO
E STABILITÀ
DELL'ECONOMIA

di
TERENZIO COZZI

PREFAZIONE

Lo studio delle configurazioni di equilibrio per un sistema economico che si sviluppa in condizioni di piena occupazione è stato, per lo più, affrontato nel contesto di modelli aggregati, oppure di modelli disaggregati in un certo numero di settori produttivi che però si espandono tutti ad un unico saggio. Una tale impostazione non appare accettabile se, a seguito del progresso tecnico, la quantità di beni prodotti da ciascun lavoratore viene ad aumentare. In tale caso infatti il reddito pro-capite dei lavoratori aumenta ed essi aumenteranno le domande di certi beni in misura superiore a quelle di altri. È quindi necessario studiare lo sviluppo di un sistema economico in cui i diversi settori possano crescere a saggi tra loro diversi.

A tale studio questo lavoro vuole offrire un contributo proponendosi innanzitutto di determinare le condizioni che debbono essere rispettate, sia a livello settoriale che a livello aggregato, e gli andamenti che le diverse variabili economiche debbono avere, affinché il sistema possa svilupparsi mantenendo sempre l'equilibrio tra domanda e offerta a livello settoriale e assicurando la piena occupazione, alle più efficienti tecniche disponibili, di tutta la forza-lavoro presente nel sistema. Naturalmente, gli andamenti delle diverse variabili economiche che il modello viene a determinare, dipendono dalle decisioni di consumo prese dai vari soggetti economici. A questo proposito verrà accettata una particolare teoria del comportamento dei consumatori. Ma ciò viene fatto soltanto in via di pura esemplificazione. Il modello è infatti costruito — e ciò mi sembra particolarmente importante — in modo da poter essere utilizzato anche accettando una qualunque altra teoria del comportamento dei consumatori.

Si può però osservare che, soprattutto per un sistema economico in cui buona parte delle decisioni vengono prese da singoli operatori con obiettivi, almeno in parte, diversi da quello della realizzazione di uno sviluppo in equilibrio ed in piena occupazione, lo studio degli andamenti che le variabili eco-

nomiche debbono avere affinché si abbia un tale tipo di sviluppo, può avere soltanto importanza limitata. È quindi opportuno cercare di esaminare che cosa tende a succedere in un sistema economico quando, per certi periodi di tempo, queste condizioni non sono rispettate. Il nostro studio trova perciò il suo completamento nell'analisi della stabilità del modello proposto.

Nel terminare questo lavoro sento il dovere di ringraziare i professori R. Goodwin e S. Lombardini che ne hanno seguito costantemente lo svolgimento e che mi sono stati prodighi di consigli permettendomi così di sviluppare e migliorare la trattazione in molti punti.

Il mio debito di riconoscenza con il prof. L. L. Pasinetti va oltre a ciò che, leggendo il testo, si può arguire dai molti riferimenti ad un suo scritto. Ho infatti avuto modo di discutere con lui le linee principali di parte del lavoro.

Quando ancora la mia ricerca era agli inizi, ho avuto il piacere di esporre al prof. P. Sraffa alcune idee embrionali ricevendo un incoraggiamento a proseguire sulla strada intrapresa.

Ringrazio infine il prof. B. Contini per aver letto il manoscritto e avermi permesso di chiarire alcuni punti oscuri.

Naturalmente, la responsabilità di errori, oscurità ed imprecisioni che possono rimanere è soltanto mia.

Desidero anche esprimere i miei ringraziamenti alla Fondazione L. Einaudi che ha finanziato la mia attività di ricerca e si è sobbarcata l'onere della sua pubblicazione.

Sono infine grato al Consiglio Nazionale delle Ricerche che, attraverso la concessione di un contributo, ha facilitato la mia permanenza presso l'Università di Cambridge dove ho iniziato le ricerche che ora vedono la pubblicazione.

INTRODUZIONE

I LIMITI DEI MODELLI A CRESCITA PROPORZIONALE E LA NECESSITÀ DI PASSARE AI MODELLI A CRESCITA NON PROPORZIONALE

1. *Cenno ai modelli classici a crescita proporzionale.*

Una parte notevole dei modelli di sviluppo economico che si riscontrano nella letteratura, configurano una economia in cui tutti i settori produttivi crescono (o almeno, tendono col passare del tempo a crescere) ad uno stesso saggio lasciando quindi inalterate le proporzioni secondo cui i diversi beni sono prodotti (*modelli a crescita proporzionale*).

Talvolta, in tali modelli, il fattore lavoro è considerato alla stessa stregua di un qualsiasi bene. Esso può sempre essere prodotto nella quantità necessaria utilizzando, come fattori produttivi, certe quantità dei diversi beni date in modo esogeno. Tali modelli accettano cioè l'ipotesi classica: l'offerta di lavoro è infinitamente elastica a patto che si forniscano ai lavoratori i mezzi necessari al proprio sostentamento (sussistenze). Naturalmente il livello delle sussistenze non deve essere concepito come il minimo fisiologicamente necessario perché i lavoratori possano vivere e riprodursi, ma è invece un portato del grado di sviluppo economico e di incivilimento di un paese¹.

Le sussistenze vengono dai lavoratori interamente consumate. Non si ammette quindi, di solito, la possibilità che parte del salario

1. Le sussistenze sono state definite in tal modo già da D. RICARDO, *On the Principles of Political Economy and Taxation*, London, 1821, cap. V, pp. 96-97 del vol. I di: *The Works and Correspondence of David Ricardo*, edizione curata da P. SRAFFA con la collaborazione di M. DOBB, Cambridge, University Press, 1951. Una simile definizione si ritrova anche in K. MARX, *Il Capitale*, vol. I, sez. II, cap. IV, § 3; la traduzione italiana del *Capitale* è stata pubblicata dagli Editori Riuniti, Roma, 1953.

reale dei lavoratori sia risparmiato. Si assume inoltre che le condizioni tecniche in cui si svolge la produzione di beni e di lavoro non mutino nel tempo (assenza di progresso tecnico). Tale ipotesi viene rimossa soltanto in una trattazione ulteriore con le conseguenze di cui diremo più oltre.

Alle condizioni tecniche date, il sistema è normalmente, in grado di produrre un *surplus* cioè una quantità di beni in eccesso rispetto a quelli necessari, come fattori produttivi o come prodotti intermedi, per la produzione stessa o per fornire le sussistenze ai lavoratori impiegati. Se tale *surplus* viene interamente investito per produrre maggiori quantità di beni e di lavoro nei periodi futuri, è possibile determinare una soluzione del modello in cui tutti i settori si espandono in *equilibrio*² al *saggio di crescita massimo* consentito dalle condizioni tecniche in cui si svolge la produzione di beni e di lavoro³. Se invece soltanto una parte di tale *surplus* viene investita e la parte rimanente viene consumata, il saggio di crescita di equilibrio viene ad essere corrispondentemente ridotto. Si può inoltre dimostrare che, a parità di quota di *surplus* investita, il saggio di crescita di equilibrio del sistema è tanto più basso quanto più elevate sono le quantità di beni assegnate ai lavoratori come sussistenze (cioè come salario reale)⁴.

2. L'equilibrio è definito da una situazione in cui, per ciascun bene il cui costo di produzione (che è uguale al prezzo) è positivo, la produzione che si può ottenere, date le quantità di beni utilizzati nella produzione stessa, eguaglia la domanda che nel sistema si viene a determinare.

3. J. VON NEUMANN, *A Model of General Economic Equilibrium*, «The Review of Economic Studies», 1945, n. 1. Il saggio di von Neumann fu però discusso già nel 1932 in un seminario matematico presso l'università di Princeton N. J. e pubblicato in tedesco a cura di K. Menger nel 1938. La traduzione italiana si trova in «L'Industria», 1952, n. 1. Per una esposizione elementare del modello si veda A. PEDONE, *Appunti sull'introduzione della domanda in un modello generale di produzione*, in: *Nuovi Problemi di Sviluppo Economico*, a cura di L. SPAVENTA, Torino, 1962. Per una dimostrazione abbastanza semplice dei teoremi dimostrati in modo complesso da von Neumann, si veda D. GALE, *The Theory of Linear Economic Models*, New York, 1960, cap. IX. Seguendo le linee di Gale, il modello di von Neumann, è stato anche esposto da C. NAPOLEONI, *Equilibrio economico generale, studio introduttivo*, Torino, 1965, capp. XI-XII-XIII. Di utile consultazione può risultare anche: C. F. MANARA - P. C. NICOLA, *Elementi di economia matematica*, Milano, 1967, cap. VI. Si veda anche, per una rassegna di alcune generalizzazioni del modello di von Neumann, L. M. TOMASINI, *Il modello di crescita di von Neumann e alcune sue generalizzazioni*, «Industria», 1968, n. 3.

4. Cfr. M. MORISHIMA, *Equilibrium, Stability and Growth*, Oxford, 1964, cap. V, pp. 150-151. Tale capitolo costituisce una ristampa, con lievi modifiche,

2. *Cenno ai modelli che assumono l'andamento della forza-lavoro disponibile come esogeno. Le età dell'oro.*

In altre trattazioni non si fa l'ipotesi che la forza lavoro sia un bene che si può produrre nelle quantità desiderate con l'utilizzo di certe quantità di mezzi di sussistenza, ma si assume invece che l'entità della forza-lavoro disponibile nell'economia sia data *esogenamente*. In particolare si assume spesso che la forza-lavoro cresca esponenzialmente ad un saggio costante che non dipende dall'andamento delle variabili economiche che vengono determinate dal modello. A questo proposito sorgono però alcuni problemi. Può, ad esempio, capitare che il saggio di crescita della forza-lavoro disponibile, che viene dato in modo esogeno, risulti superiore al saggio massimo a cui il sistema può espandersi quando siano date le quantità di beni-salario (sussistenze) da attribuire ai lavoratori, sia data la quota di *surplus* che viene reinvestita e si utilizzino le tecniche produttive più efficienti. In tale caso, è chiaro che il sistema, anche partendo da una situazione di piena occupazione, non sarebbe in grado di espandersi in modo da occupare tutta la forza-lavoro che man mano si rende disponibile. Anzi, se niente dovesse modificarsi, il sistema si espanderebbe con un margine di disoccupazione che aumenta al passare del tempo. Perché il sistema possa essere in grado di avere una crescita di piena occupazione è necessario che le quantità di beni-salario attribuite ai lavoratori vengano ridotte e/o che aumenti la quota di *surplus* destinata ad investimento (nel caso che il *surplus* non sia già interamente investito).

Al contrario, può capitare che, dato il salario reale dei lavoratori e la quota di *surplus* destinata ad investimenti, il saggio di crescita di equilibrio risulti superiore al saggio di crescita della forza-lavoro. In tale ipotesi, il sistema non può espandersi al saggio di equilibrio perché non ha a disposizione la forza lavoro necessaria. Il saggio massimo a cui il sistema può espandersi, se non può aumentare la produttività del lavoro perché non c'è progresso tecnico, è quello a cui cresce la forza-lavoro. Ma tale saggio non è quello di equilibrio a meno che le quantità di beni-salario attribuite ai lavoratori non vengano adeguatamente aumentate e/o la quota di *surplus* investita non venga adeguatamente ridotta.

dell'articolo, *Economic Expansion and the Interest Rate in Generalized von Neumann Models*, « *Econometrica* », aprile 1960.

Sorge quindi, nei modelli che assumono che la forza lavoro cresca in modo esogeno, il problema di vedere se esistono nell'economia delle forze che facciano sì che eventuali divergenze tra sviluppo in equilibrio e sviluppo in piena occupazione tendano ad essere eliminate col passare del tempo. In altre parole, sorge il problema di vedere se nell'economia operino dei meccanismi che possano assicurare uno sviluppo in equilibrio ed in piena occupazione. Per il momento però non intendiamo occuparci di questo problema e ci limitiamo ad indicarne l'esistenza ⁵.

Ciò che ci preme invece di sottolineare è che, date certe condizioni tecniche, in cui si svolge la produzione di beni, affinché sia possibile che i diversi settori si sviluppino in equilibrio al saggio che assicura la piena occupazione della forza-lavoro disponibile, nel sistema debbono essere rispettate certe condizioni relative alla domanda (il che implica che debbono essere rispettate certe condizioni relative alla distribuzione del reddito). Quando tali condizioni sono soddisfatte si ha una situazione che, nella letteratura, è stata denominata come *età dell'oro* per sottolineare che un tale tipo di sviluppo « rappresenta una situazione mitica che non è possibile venga ottenuta in nessuna economia reale » ⁶.

Quando, in assenza di progresso tecnico, un sistema economico si sviluppa secondo un'età dell'oro, esso cresce solo in dimensione. La sua struttura fondamentale rimane invece inalterata: le quote di produzione dei diversi settori sulla produzione totale rimangono costanti, la distribuzione percentuale della forza-lavoro tra i diversi settori non varia, il sistema dei prezzi non si modifica. La situazione economica, come dice la Robinson ⁷, può essere caratterizzata con le denominazioni di *equilibrio*, perché il saggio di crescita desiderato viene, in tutti i settori, correntemente realizzato, di *armonia*, perché la domanda globale di lavoro eguaglia la forza-lavoro disponibile, e di *tranquillità*, in quanto le aspettative di domande e di prezzi, basate sull'andamento passato, vengono correntemente realizzate.

5. Questo problema non è stato ancora esaminato a fondo nel contesto dei modelli disaggregati. Esso ha ricevuto invece un'attenzione molto maggiore nel contesto dei modelli aggregati. Lo scrivente si è occupato di questi problemi in: *Movimenti in equilibrio nell'analisi macroeconomica*, Torino, 1966.

6. Questa terminologia è stata introdotta da J. ROBINSON, *The Accumulation of Capital*, London, 1^a ed., 1958, ed. 1966, p. 99.

7. J. ROBINSON, *Essays in the Theory of Economic Growth*, London, 1962, p. 53, e *The Accumulation of Capital* cit., p. 59.

3. *Dinamica comparata, convergenza e stabilità.*

Una situazione di sviluppo secondo un'età dell'oro rappresenta, in un contesto dinamico, quello che, in un contesto statico, era rappresentato dalla situazione di equilibrio stazionario. In particolare, come lo studio delle configurazioni di equilibrio stazionario serviva per le analisi di statica comparata, così lo studio delle età dell'oro serve per le analisi di dinamica comparata; come era necessario studiare i problemi che sorgevano quando l'economia non si trovava nella sua configurazione di equilibrio stazionario (problemi della stabilità dell'equilibrio), così ora è necessario studiare quali problemi si pongano quando l'economia non si sviluppa secondo un'età dell'oro.

Ad uno di questi problemi, quello della possibilità che lo sviluppo in equilibrio non sia, date certe condizioni, compatibile con lo sviluppo in piena occupazione, abbiamo già accennato. Si tratta in tale caso di vedere se esistano nell'economia delle forze capaci di portare il sistema alla *convergenza* ad uno sviluppo secondo una età dell'oro.

Si deve però anche esaminare se nell'economia esistano delle forze tali da riportare il sistema verso una crescita in equilibrio qualora, per una qualche ragione, esso dovesse avere, in un certo momento, delle caratteristiche diverse da quelle che gli sarebbero necessarie per crescere in equilibrio (ad es. gli stocks di beni capitali esistenti nei diversi settori potrebbero, in un certo momento, non corrispondere a quelli necessari per uno sviluppo in equilibrio in tutti i settori). Si tratta, in altre parole, di analizzare la *stabilità* dell'equilibrio dinamico, problema questo che ha ricevuto un certo interessamento da parte della letteratura⁸ ma di cui non intendiamo per ora occuparci.

8. Cfr. W. W. LEONTIEF, *Dynamic Analysis* nel volume da lui curato: *Studies in the Structure of the American Economy*, New York, 1953; J. D. SARGAN, *The Instability of the Leontief Dynamic Model*, «Econometrica», luglio 1958; D. W. JORGENSEN, *On a Dual Stability Theorem*, «Econometrica», ott. 1960; Id. *Stability of a Dynamic Input-Output System*, «The Review of Economic Studies», febb. 1961; M. MORISHIMA, *Equilibrium Stability and Growth* cit., cap. IV, pp. 94-105; F. H. HAHN, *On the Disequilibrium Behaviour of a Multi-Sectoral Growth Model*, «The Economic Journal», sett. 1963; Id., *On Warranted Growth Paths*, «The Review of Economic Studies», aprile 1968.

4. *I limiti dei modelli a crescita proporzionale. L'impossibilità di trattare il problema del progresso tecnico.*

Ai modelli a crescita proporzionale è possibile muovere delle gravi critiche.

In primo luogo, si può osservare che per le analisi degli andamenti di equilibrio quando le produzioni settoriali crescono tutte ad un medesimo saggio, l'utilità di un modello disaggregato per settori è molto limitata in quanto tutte le informazioni che tale modello è in grado di darci possono essere ottenute, in modo molto più semplice, da un modello aggregato. Se infatti si ha crescita proporzionale, è sempre possibile aggregare tutte le produzioni settoriali e supporre che nel sistema venga prodotto un unico bene composito (costituito dalle quantità dei diversi beni in proporzioni fisse).

In secondo luogo, si può ricordare che una crescita proporzionale implica che il sistema cresca soltanto in volume senza alcun cambiamento di struttura. L'economia, in tale caso, si troverebbe, come dice Champernowne⁹, in uno *stato quasi-stazionario*. Ed infatti i modelli a crescita proporzionale, mentre sono in grado di descrivere, senza difficoltà insormontabili, l'andamento di un sistema economico in cui è assente ogni forma di progresso tecnico, non sono invece in grado di descrivere in modo adeguato l'andamento di un sistema economico in presenza di progresso tecnico. Ciò perché, se si ha progresso tecnico, è impensabile che le domande (e quindi le produzioni) dei diversi beni crescano tutte allo stesso saggio.

Consideriamo pure il caso meno probabile anche se di più facile trattazione nel contesto di questi modelli, cioè il caso in cui il progresso tecnico riduca nel tempo in una stessa percentuale tutte le quantità di fattori produttivi che debbono essere utilizzate come *inputs* per ottenere una data quantità di produzione di ciascun bene. Ebbene, anche in questo caso, non è possibile pensare ad aumenti percentualmente eguali nelle domande di tutti i beni. Infatti in una tale situazione, sotto le ipotesi che vengono effettuate normalmente, si dovrebbe avere un aumento del reddito reale dei lavoratori al saggio a cui il progresso tecnico riduce tutti gli *inputs* per unità di produzione. Ma, come è noto sin dai tempi di Engel, se aumenta il

9. D. G. CHAMPERNOWNE, *A Note on J. von Neumann's Article on: A Model of Economic Equilibrium*, « The Review of Economic Studies », 1945, n. 1. Tale articolo è stato tradotto in italiano in « Industria », 1952, n. 1.

reddito reale dei lavoratori, quest'ultimi non aumenteranno tutti i propri consumi in modo proporzionale¹⁰. Ne segue quindi che il sistema non può crescere in modo proporzionale neppure sotto l'ipotesi estremamente irrealistica che abbiamo qui considerato. È facile renderci conto che sotto altre ipotesi relative al progresso tecnico, la possibilità di uno sviluppo proporzionale è ancora più problematica.

5. I modelli di sviluppo ottimale.

Da un po' di tempo a questa parte, gli studiosi dei modelli a crescita proporzionale hanno cercato la propria giustificazione su un terreno più solido e precisamente su quello della programmazione di uno sviluppo ottimo. È stato infatti dimostrato, sotto condizioni che qui non è il caso di riportare, che esiste una connessione tra lo sviluppo proporzionale di un sistema al saggio di equilibrio massimo consentito dalle tecniche produttive (saggio di von Neumann, per brevità) e lo sviluppo che un sistema economico dovrebbe avere al fine di raggiungere in modo ottimo certi obiettivi prefissati.

Supponiamo ad es. che si desideri determinare come debba svilupparsi un sistema economico per ottenere l'obiettivo di raggiungere, nel più breve tempo possibile (questo è il criterio di ottimalità), certi livelli prefissati nelle produzioni dei diversi beni. Oppure, alternativamente, supponiamo che, per una ragione qualsiasi, si desideri che la produzione dei diversi beni alla fine dell'orizzonte a cui si estende il piano (ad es. tra T anni) siano in certe proporzioni prefissate. Come deve svilupparsi il sistema economico se si vuole che, alla fine del T .mo anno, il livello di produzione dei diversi beni, nelle proporzioni desiderate, sia massimo?

10. L'articolo di E. ENGEL è stato pubblicato già nel 1857. Da allora, tutte le indagini empiriche più recenti hanno regolarmente confermato la cosiddetta legge di Engel (la proporzione di reddito spesa per l'alimentazione diminuisce al crescere del reddito) e hanno mostrato che essa ha validità molto più generale (la proporzione di reddito spesa per qualsiasi bene varia al variare del reddito *pro-capite*). Si veda per es. H. S. HOUTHAKKER, *An International Comparison of Household Expenditure Patterns, Commemorating the Centenary of Engel's Law*, «Econometrica», 1957. La critica ai modelli a crescita proporzionale sviluppata nel testo è stata particolarmente sottolineata da L. L. PASINETTI, *A New Theoretical Approach to the Problems of Economic Growth*, in: *Semaine d'étude sur le rôle de l'analyse économétrique dans la formulation de plans de développement*, pubblicato dalla Pontificia Academia Scientiarum, Città del Vaticano, 1965, cap. IV, §§ 5-6.

La soluzione di entrambi questi problemi di programmazione ci porta a concludere che, se il più breve tempo necessario per ottenere i livelli di produzione prefissati è sufficientemente lungo, oppure se T , nel secondo problema che ci siamo posti, è sufficientemente lontano, il sistema economico deve, per la maggior parte del tempo, seguire un sentiero di crescita coincidente con, o sufficientemente vicino a, quello di von Neumann (cioè un sentiero di crescita proporzionale e al saggio massimo possibile). In altri termini, quali che siano le proporzioni in cui i beni sono prodotti all'inizio del programma, il sistema economico, per crescere in modo ottimo, deve modificare queste proporzioni al fine di ottenere la struttura produttiva che gli permette la crescita lungo il sentiero di von Neumann. Deve poi seguire questo sentiero per la maggior parte del periodo di programmazione e distaccarsene soltanto verso la fine di tale periodo, modificando le proporzioni in cui i beni erano prodotti quando si seguiva il sentiero di von Neumann, in modo di avere, per l'anno T , le proporzioni desiderate.

Questo risultato ha ricevuto il nome di: *teorema dell'autostrada*¹¹ perché esso mostra che per portarsi dalla configurazione di partenza a quella di arrivo, quali che siano tali configurazioni purché tra loro sufficientemente distanti, non è conveniente seguire la strada diretta ma conviene invece immettersi nell'autostrada (cioè ottenere le proporzioni che permettono la crescita secondo von Neumann), seguirne il percorso per la maggior parte del tragitto, e uscire dall'autostrada soltanto quando si è sufficientemente vicini al punto di arrivo.

Si potrebbe quindi essere tentati di concludere che il teorema dell'autostrada può fornire una giustificazione all'interesse per i

11. Il teorema dell'autostrada è stato proposto da R. DORFMAN-P. A. SAMUELSON-R. M. SOLOW, *Linear Programming and Economic Analysis*, New York, 1958, pp. 330-331, ma la dimostrazione del teorema ivi riportata conteneva un errore. La più semplice dimostrazione corretta del teorema è stata data da R. RADNER, *Paths of Economic Growth that are Optimal with regard only to Final States*, «The Review of Economic Studies», febb. 1961. Si veda anche, per ulteriori aspetti, M. MORISHIMA, *Proof of a Turnpike Theorem: The «No Joint Production» Case*, «The Review of Economic Studies», febb. 1961; L. W. MCKENZIE, *Turnpike Theorems for a Generalized Leontief Model*, «Econometrica», genn.-apr. 1963; H. NIKAIDO, *Persistence of Continual Growth near the von Neumann Ray. A Strong Version of the Radner Turnpike Theorem*, «Econometrica», genn.-apr. 1964. Per una versione intuitiva del significato del teorema dell'autostrada, si veda J. R. HICKS, *Capital and Growth*, Oxford, 1965, cap. XIX.

modelli a crescita proporzionale a causa delle caratteristiche di ottimalità degli andamenti descritti da tali modelli.

In primo luogo bisogna però osservare che, fino ad ora, nella dimostrazione del teorema dell'autostrada si è prestata sufficiente attenzione soltanto al caso in cui non ci sia progresso tecnico ed in cui quindi, almeno in teoria, non sorge il problema della variabilità della struttura dei consumi al crescere del reddito *pro-capite* a cui sopra si è fatto riferimento. Ma, come spesso accade, una volta che si sia dimostrata la validità del teorema nel caso più semplice, è possibile che si possano generalizzarne i risultati anche a casi via via più complessi. In particolare, è possibile che il teorema dell'autostrada possa essere generalizzato anche a casi in cui si ha una qualche forma di progresso tecnico¹². Ma anche in questo caso, si deve tener presente che, affinché il teorema dell'autostrada (generalizzato) possa essere valido, è necessario che l'orizzonte temporale del piano sia sufficientemente lungo. Più precisamente, esso deve essere lungo nei confronti del tempo necessario per immettersi nell'autostrada e per uscirne cioè, fuori di metafora, nei confronti del tempo necessario a modificare le proporzioni in cui inizialmente erano prodotti i diversi beni allo scopo di ottenere le proporzioni necessarie per una crescita al saggio di von Neumann, e per rimodificare queste proporzioni onde adeguarle a quelle che si desiderano avere alla fine del piano. Ora, il tempo necessario per questi aggiustamenti nelle proporzioni in cui i beni vengono prodotti, può essere di lunghezza non trascurabile. Può quindi capitare, ed anzi

12. Di questa opinione è J. R. HICKS, che in *Capital and Growth* cit., p. 236, afferma che ciò che della teoria di von Neumann è essenziale al teorema dell'autostrada, è costituito da: 1) l'esistenza del sentiero di equilibrio proporzionale; 2) la sua ottimalità (nel senso che tale sentiero è caratterizzato in ogni periodo, da un saggio di crescita non inferiore a quello di ogni altro sentiero di equilibrio realizzabile), e 3) la possibilità, per un sistema, di seguire continuamente tale sentiero di crescita. Hicks quindi prosegue dicendo che, a suo parere, un economista può congetturare che questi tre requisiti (o qualcosa di simile ad essi) potrebbero essere soddisfatti anche in condizioni in cui le ipotesi di von Neumann non fossero soddisfatte o fossero soddisfatte solo parzialmente. A favore di questa congettura di Hicks si può ad es. notare che è stato recentemente dimostrato da J. TSUKUI, *Application of a Turnpike Theorem to Planning for Efficient Accumulation: An Example for Japan*, «Econometrica», genn. 1968, che il teorema dell'autostrada vale anche in una situazione in cui: a) il progresso tecnico riduce soltanto gli *inputs* di lavoro e lascia invece inalterate le tecniche produttive per quanto riguarda gli altri *inputs*, e b) in cui i consumi dei diversi beni sono funzioni lineari (non necessariamente omogenee) del reddito.

sembra probabile, che l'orizzonte temporale che il piano deve avere affinché possa valere il teorema dell'autostrada, sia eccessivamente lungo. Si può allora dire, traducendo liberamente Hicks¹³, che «il futuro lontano è molto incerto; è per il futuro a noi vicino che siamo sempre (o almeno per lo più) interessati a programmare. Per la determinazione degli andamenti ottimi per questo futuro prossimo (anche se dobbiamo considerarli come un avvicinamento all'autostrada), la considerazione delle proprietà dell'autostrada non ci è di molta guida».

Si può inoltre osservare che l'andamento ottimo del sistema economico determinato dal teorema dell'autostrada, è ottimo soltanto con riferimento alla configurazione del sistema alla fine del periodo. In altri termini, ciò che viene tenuto in considerazione dal criterio di ottimalità che porta al teorema dell'autostrada, è soltanto la lunghezza del periodo di tempo che deve trascorrere affinché sia possibile raggiungere certi livelli di produzione (specificati settorialmente), oppure soltanto il livello della produzione (sempre specificata settorialmente) da ottenere alla fine del periodo di programmazione. Invece, nella valutazione dell'ottimalità o meno di un possibile andamento del sistema, non vengono tenuti in alcuna considerazione i livelli di produzione che si ottengono durante tutto il periodo di tempo in cui il sistema sta portandosi alla sua configurazione finale.

Un tale criterio di ottimalità, ci sembra possa essere accettato soltanto se l'orizzonte temporale del piano è relativamente vicino. Ma in tale caso, come è stato già visto, il teorema dell'autostrada non vale. Se invece l'orizzonte temporale del piano non è relativamente vicino, non ci sembra che sia molto corretto un obiettivo di programmazione che attribuisca «utilità» soltanto ai livelli finali di produzione e non anche ai livelli di produzione che si hanno durante tutto lo svolgimento del piano. Ma se si attribuisce «utilità» anche ai livelli di produzione non finali¹⁴, l'andamento ottimo del

13. J. R. HICKS, *Capital and Growth* cit., p. 237.

14. Lo studio degli andamenti ottimali dell'economia attribuendo «utilità» ai livelli di produzione di tutti i periodi per i quali il programma è effettuato, è iniziato con la pubblicazione del famoso articolo di F. P. RAMSEY, *A Mathematical Theory of Saving*, «Economic Journal», dic. 1928, in cui l'autore si proponeva di determinare un andamento della propensione al risparmio che fosse ottimo, che fosse cioè tale da massimizzare una funzione di «utilità» dei livelli dei consumi ottenibili dal momento iniziale del piano fino all'infinito. Da allora l'argomento è stato ripreso in innumerevoli contributi. Tra questi ricor-

sistema dipenderà dalla funzione di « utilità » ipotizzata e, in generale, risulterà diverso da quello che si ricava dal teorema dell'autostrada¹⁵.

6. Il piano del lavoro.

Ci sembra che le argomentazioni riportate nei paragrafi precedenti siano più che sufficienti a mettere in luce l'inadeguatezza dei modelli a crescita proporzionale per lo studio di economie realmente dinamiche, cioè di economie in cui, per effetto del progresso tecnico, si hanno rilevanti variazioni sia nelle condizioni in cui si svolge la produzione sia nella struttura della domanda. Per lo studio di queste economie dinamiche è senz'altro necessario procedere alla formulazione di *modelli a crescita non proporzionale* anche se, in tale modo, si deve rinunciare all'eleganza formale propria dei modelli a crescita proporzionale.

Il presente lavoro si propone appunto di portare un contributo allo studio dei modelli a crescita non proporzionale. A tale scopo viene presentato un modello che deriva logicamente da quello proposto da Pasinetti¹⁶ nel senso che ne accetta alcune ipotesi fonda-

diamo quello di S. CHAKRAVARTY, *The Existence of an Optimum Savings Program*, « *Econometrica* », genn. 1962, che effettua una rassegna critica di molti contributi precedenti e discute le difficoltà che si originano quando l'orizzonte temporale della programmazione è infinito. Tra i contributi più recenti, è opportuno ricordare quello di T. KOOPMANS, *On The Concept of Optimal Economic Growth*, in: *Semaine d'étude sur le rôle de l'analyse économétrique dans la formulation de plans de développement* cit.; quelli raccolti in: *Symposium on Optimal Infinite Programmes*, « *The Review of Economic Studies* », genn. 1967; e quelli raccolti a cura di K. SHELL, *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*, Cambridge Mass., 1967.

15. È vero che è stato possibile dimostrare (cfr. ad es. D. GALE, *On Optimal Development in a Multi-Sector Economy*, « *The Review of Economic Studies* », genn. 1967, e altri contributi nello stesso numero della stessa rivista) che, sotto certe ipotesi, gli andamenti produttivi che risultano ottimi, sulla base di un criterio che tenga in considerazione anche l'utilità dei livelli di produzione non finali, tendono a diventare eguali ai programmi ottimi secondo il teorema dell'autostrada quando l'orizzonte temporale del piano viene indefinitamente allungato. Ciò non di meno l'osservazione del testo rimane valida in quanto la tendenza è asintotica e quindi può non avere rilevanza sensibile per tutta la fase iniziale del piano. Si può allora osservare, innanzi tutto, che la fase iniziale può essere molto lunga, ed in secondo luogo, che è proprio agli andamenti dell'economia durante la fase iniziale che i programmatori sono maggiormente interessati.

16. L. L. PASINETTI, *A New Theoretical Approach to the Problems of Economic Growth* cit.

mentali (ad es. l'integrazione verticale dei settori produttivi, la misurazione del capitale in termini di capacità produttiva ecc.). Noi abbiamo però ritenuto di dover utilizzare una versione formale del modello diversa da quella di Pasinetti. Ciò perché la nostra formulazione evita alcune difficoltà a cui la particolare formalizzazione originale del modello di Pasinetti andrebbe incontro quando si volesse utilizzare tale modello per l'analisi di situazioni e di problemi non considerati dal suo autore (ad es. per le analisi, che saranno più avanti sviluppate, di situazioni in cui il progresso tecnico non sia dato in modo del tutto esogeno; per le analisi relative ai problemi della stabilità del modello ecc.).

Il nostro lavoro inizia con l'esposizione del modello e si propone innanzitutto di determinare quale andamento debba avere la produzione e l'occupazione in ciascun settore affinché si possa avere l'equilibrio settoriale (nel senso di domanda eguale ad offerta) e la piena occupazione della forza-lavoro disponibile. La trattazione viene sviluppata per stadi successivi, mostrando come sia possibile introdurre nel modello ipotesi diverse relativamente all'andamento dei consumi e al tipo di progresso tecnico che si verifica nell'economia. Queste analisi sono svolte nel primo capitolo assumendo, provvisoriamente, di conoscere in quale modo le domande settoriali vengono a variare quando, per effetto del progresso tecnico, l'economia abbia la possibilità di ottenere livelli di produzione superiori a quelli ottenibili in precedenza. In altri termini, si assume, provvisoriamente, che le variazioni nella struttura dei consumi al variare del reddito siano date in modo esogeno.

In seguito, sotto alcune ipotesi addizionali, si procede a determinare l'andamento di equilibrio delle altre variabili endogene del modello: prezzi relativi, valore della produzione di beni di consumo e di investimento, livello del reddito e sua distribuzione tra percettori di salari e percettori di profitti. Si è dunque in grado di determinare, facendo alcune ipotesi sulle funzioni di domanda dei diversi beni, come varia la struttura dei consumi per effetto di variazioni in queste variabili endogene. Si arriva così, nel secondo capitolo, a determinare, dall'interno del modello, le variazioni nella struttura dei consumi che, nel primo capitolo, erano state considerate date dall'esterno. Si procede quindi a mostrare come, attraverso processi di retroazione (*feed-back*), si possa introdurre nel modello l'ipotesi che la struttura dei consumi vari per ragioni endogene senza dover, per questo motivo, modificare le tecniche di analisi sviluppate nel primo capitolo.

È opportuno sottolineare che le analisi di cui si è detto fino ad ora sono analisi di *equilibrio*, non hanno cioè lo scopo immediato di descrivere che cosa venga effettivamente a verificarsi nel sistema economico. Esse hanno invece un significato di « dover essere » nel senso che ci permettono di determinare quali andamenti debbano avere le diverse variabili economiche se si vuole che nel sistema si abbiano sempre condizioni di equilibrio settoriale e di piena occupazione della forza-lavoro disponibile.

Nel terzo capitolo si esaminano invece i problemi relativi alla *stabilità* del modello. In altri termini, non si ha più lo scopo di descrivere quale debba essere l'andamento del sistema in equilibrio ed in piena occupazione, ma si è invece interessati allo studio di situazioni in cui non tutte le condizioni che debbono essere rispettate perché si abbia un tale tipo di andamento sono effettivamente rispettate. In particolare, possono non essere soddisfatte le condizioni che assicurano l'equilibrio tra domanda e offerta a livello dei singoli settori e/o la condizione che impone che il livello della domanda aggregata sia tale da richiedere la piena occupazione della forza-lavoro disponibile. Per studiare ciò che può accadere quando qualcuna di queste condizioni non sia soddisfatta, si debbono effettuare delle ipotesi relative alle reazioni che si manifestano nel sistema in situazioni di *squilibrio*. Tali reazioni possono essere di tipo diverso anche in relazione ai diversi tipi di squilibri e ai diversi meccanismi secondo cui si formano le aspettative sui futuri andamenti dell'economia.

In linea molto generale, le principali conclusioni dell'analisi della stabilità, condotta sotto ipotesi di reazione diverse, sono innanzi tutto, che nel sistema operano delle forze in grado di eliminare eventuali squilibri tra domande ed offerte settoriali. Tali forze però possono richiedere un periodo di tempo non trascurabile per dispiegare i propri effetti. Inoltre, si può arrivare alla conclusione che, sempre in linea generale, non si può essere certi che il sistema, lasciato a sé stesso, possa crescere in modo da assicurare sempre la piena occupazione della forza-lavoro disponibile. Perché ciò sia possibile, sembra sia necessario che i pubblici poteri effettuino un adeguato controllo del livello della domanda globale, ed anche di quelle settoriali nel caso in cui il meccanismo che dovrebbe eliminare eventuali squilibri tra domande ed offerte settoriali dovesse operare con eccessiva lentezza.

CAPITOLO I.

UN MODELLO DI CRESCITA IN EQUILIBRIO ED IN PIENA OCCUPAZIONE: GLI ANDAMENTI SETTORIALI RELATIVI A VARIABILI REALI

1. *Crescita in equilibrio ed in piena occupazione quando le condizioni tecniche rimangono costanti.*

Nell'introduzione si è già visto come diversi autori abbiano determinato quali condizioni debbano essere soddisfatte affinché un sistema economico, costituito da un certo numero di settori produttivi, possa crescere in equilibrio ed in piena occupazione sotto l'ipotesi che le tecniche produttive non mutino al passare del tempo. Si è anche visto come tali autori abbiano formulato modelli a crescita proporzionale e come tali modelli non possano essere in grado di descrivere adeguatamente l'andamento di una economia in cui, per effetto del progresso tecnico, si possono avere delle variazioni nelle tecniche produttive dei diversi settori perché, in tale caso, le domande dei beni prodotti dai diversi settori non tendono a crescere in modo proporzionale.

È quindi necessario procedere alla formulazione di un modello in cui i diversi settori non debbano sempre crescere ad uno stesso saggio, ma possano invece crescere a saggi tra loro diversi. Per fare ciò è però opportuno introdurre delle ipotesi che possano essere espresse con un apparato analitico più semplice di quello utilizzato dai modelli a crescita proporzionale. A questo proposito, Pasinetti¹ ha recentemente mostrato come, per il tipo di analisi che intendiamo svolgere, sia particolarmente conveniente l'uso di un modello

1. L. L. PASINETTI, *A New Theoretical Approach to the Problems of Economic Growth* cit.

in cui si faccia l'ipotesi che i settori produttivi siano *verticalmente integrati*.

Accettare, come noi faremo, l'ipotesi dell'integrazione verticale dei settori produttivi significa che nel modello vengono considerate esplicitamente soltanto le produzioni di beni finali. Invece le produzioni di *beni intermedi* vengono considerate come momenti interni ad un processo produttivo che dai fattori originari porta ai prodotti finali. Questa procedura richiede però una particolare definizione dei coefficienti di *input* che definiscono i processi produttivi utilizzati nei diversi settori.

Supponiamo, ad es., che un certo bene venga prodotto, nello stadio finale di produzione, mediante l'impiego di una certa quantità di lavoro e di certe quantità di beni intermedi. Tali quantità di beni intermedi, hanno però richiesto, per essere prodotte, certe quantità di lavoro e certe quantità di beni intermedi ed anche questi ultimi, a loro volta, sono stati prodotti utilizzando certe quantità di lavoro e di beni, e così via. Per non tenere conto esplicitamente di tutte queste transazioni intermedie si può supporre che esse siano avvenute tutte all'interno di un unico settore il quale, in definitiva, ha prodotto il bene finale con l'impiego di tutte le quantità di lavoro che sono occorse sia *direttamente* (cioè nell'ultimo stadio della produzione) sia *indirettamente* (cioè in tutti gli stadi precedenti che, come dovrebbe essere chiaro, sono in numero infinito). Questo stesso ragionamento si può ripetere a proposito delle quantità di beni capitali necessari per la produzione del bene finale sia in modo diretto che in modo indiretto ².

2. Pasinetti mostra come sia possibile, mediante l'applicazione di una trasformazione lineare, ricavare i coefficienti di *input* per un modello a settori verticalmente integrati partendo dai coefficienti di *input* che appaiono in un tradizionale modello leontieviano in cui, come è noto, i settori produttivi non sono verticalmente integrati. Cfr. *A New Theoretical Approach* cit., cap. VI. In questi ultimi tempi, quando ormai il presente lavoro era in fase di avanzata elaborazione, S. Parrinello ci ha gentilmente fornito due suoi lavori in cui arriva alla conclusione che, nel caso in cui per la produzione dei diversi beni siano richiesti certi stocks di beni a titolo di capitale fisso, la procedura indicata da Pasinetti non potrebbe essere utilizzata per determinare il coefficiente di capitale nei settori verticalmente integrati partendo dai coefficienti che compaiono in un modello leontieviano tradizionale. Cfr. S. PARRINELLO, *Alcune considerazioni critiche sul modello disaggregato di L. L. Pasinetti*, ciclostilato per il CNR, Roma, ott. 1968; ID., *La rilevanza empirica del modello disaggregato di L. L. Pasinetti: alcuni problemi di misura del capitale*, memoria dattiloscritta, Roma, nov. 1968. Ora, senza entrare nel merito delle argomentazioni di

In conclusione, con l'artificio di considerare i settori produttivi verticalmente integrati, è possibile arrivare a rappresentare le quantità di tutti gli *inputs* che entrano direttamente o indirettamente in un processo produttivo, per mezzo di certe quantità di servizi prestati da due tipi di fattori di produzione: lavoro e capitale.

Relativamente al lavoro, il modello assume che esso sia omogeneo nel senso che il lavoro svolto in un settore non differisca qualitativamente da quello svolto in un altro settore. La quantità di lavoro utilizzata dai diversi settori viene misurata in unità fisiche, ad es. numero di lavoratori o, se si preferisce, numero di ore di lavoro.

Anche il capitale, cioè l'insieme di beni capitali utilizzati nei diversi settori, sarà misurato in termini fisici. A tale scopo, come propone Pasinetti, non si adotterà una sola unità di misura con cui misurare la quantità di capitale utilizzata da qualsiasi settore, ma si assumerà invece che il capitale utilizzato in ciascun settore sia espresso in termini di una unità di misura sua propria e cioè in termini di *capacità produttiva* settoriale. Ad es., un'unità di capacità produttiva per il settore *i.mo* (produzione di grano) sarà costituita dall'insieme delle quantità dei diversi beni capitali che è necessario avere a disposizione per produrre, nell'unità di tempo, un'unità fisica del bene *i.mo* (ad es., un quintale di grano). Naturalmente, secondo questo sistema di misurazione, si avrà un'unità di misura del capitale per ogni settore in cui il capitale è utilizzato.

Per ragioni di semplicità, assumeremo che i beni capitali siano richiesti soltanto per la produzione dei beni di consumo. Invece, per la produzione dei beni capitali non sono necessari beni capitali, ma soltanto certe quantità di lavoro. Come è stato già chiarito, queste quantità di lavoro sono costituite sia da quelle direttamente necessarie a produrre il bene capitale finale, sia da quelle necessarie indirettamente, cioè per produrre le materie prime e i beni intermedi necessari a produrre il bene capitale finale. L'ipotesi che i beni capitali vengano prodotti con solo lavoro può essere abbandonata, senza alterare la sostanza dell'analisi, assumendo che per

Parrinello, ci sembra che tali argomentazioni si riferiscano soltanto alla possibilità o meno di determinare i coefficienti di capitale sulla scorta dei dati che vengono usualmente raccolti per utilizzare un modello leontieviano e non escludano invece la possibilità di arrivare a determinare i coefficienti di capitale che compaiono nel modello di Pasinetti (e nel nostro) utilizzando eventualmente qualche dato ulteriore. Si tratta cioè di considerazioni che possono avere rilevanza empirica ma, almeno ci sembra, non rilevanza teorica.

la produzione dei beni capitali siano necessarie anche certe quantità di beni capitali, sulla base di un modello del tipo di quello proposto da Pasinetti³.

Inoltre assumeremo che i beni capitali, una volta costruiti, durino in eterno. Anche questa ipotesi può essere abbandonata senza alcuna nuova difficoltà concettuale, ed infatti essa sarà abbandonata anche da noi ad un certo punto della trattazione⁴.

Per mantenere l'analisi al livello più semplice possibile, assumeremo anche, durante la massima parte del presente lavoro, che nell'economia si producano due soli beni di consumo. Ma, come dovrebbe risultare chiaro in seguito, tutta la nostra trattazione può essere estesa, senza mutamenti sostanziali, al caso in cui i beni di consumo fossero un numero n qualunque.

Poiché, come si è visto, il capitale utilizzato nei diversi settori che producono beni di consumo è misurato in unità fisiche diverse, ci saranno tanti processi (settori) per la produzione di beni capitali quanti sono i settori che producono beni di consumo. Quindi, salvo esplicita dichiarazione del contrario, supporremo che si abbiano due settori che producono beni capitali.

Il sistema economico a cui siamo interessati è chiuso, cioè non ha relazioni economiche con il resto del mondo. In tale sistema la forza-lavoro cresce ad un saggio percentuale, pari a ϵ , costante nel tempo. Quindi se N_0 rappresenta il numero di lavoratori al tempo $t = 0$, $N_0 e^{\epsilon t}$ è il numero dei lavoratori al tempo t .

Per il momento assumiamo inoltre che le condizioni tecniche in cui si svolge la produzione e i gusti dei consumatori siano dati e non varino nel tempo. Ed assumeremo anche, sempre per il momento, che il sistema economico cresca secondo un andamento di equilibrio e di piena occupazione al saggio ϵ , che non ci sia alcuna modificazione nel saggio di salario reale e nella distribuzione del reddito e che tutte le aspettative, basate sull'esperienza passata, siano regolarmente verificate. Si assume cioè, secondo una espres-

3. *Op. cit.*, cap. II, sez. VII.

4. Infatti, trattando della possibilità che il progresso tecnico si manifesti mediante l'introduzione di nuovi beni capitali (progresso tecnico incorporato, trattato nel § 11 del presente cap.) si assumerà, come fanno PASINETTI (*op. cit.*, cap. II, sez. V) e molti altri autori, che ogni anno una proporzione costante dello stock di beni capitali esistenti in ciascun settore venga a mancare per le più svariate ragioni e debba essere sostituito. Naturalmente, le proporzioni secondo le quali bisogna sostituire i beni capitali variano da settore a settore.

sione della Robinson⁵, che il sistema cresca secondo un'età dell'oro sotto condizioni tecnico-economiche costanti.

Anche in una economia così semplificata ed irrealistica come quella ipotizzata, ha luogo, in ogni periodo di tempo, tutta una serie di flussi di beni e servizi (i beni vengono prodotti e venduti, si utilizza del lavoro ecc.). Tali flussi debbono soddisfare ad alcune condizioni.

Innanzitutto, poiché si è assunto che il sistema sia in equilibrio, la quantità di beni di consumo prodotta in ciascun settore deve essere uguale alla domanda di tali beni da parte dei consumatori. Per semplicità, assumeremo che gli unici consumatori siano i lavoratori i quali fanno domanda di beni consumo per sé e per la propria famiglia. Supporremo inoltre che tutti i consumatori possano essere raggruppati in un settore finale, il settore *n.mo*, chiamato settore famiglie. Questo settore fornisce i servizi di lavoro richiesti da tutti i settori produttivi e domanda i beni di consumo prodotti dal sistema.

Sia x_i la quantità del bene di consumo *i.mo* prodotta nel sistema e sia a_{in} la quantità di tale bene domandata da un tipico consumatore medio dell'*n.mo* settore (famiglie). Nell'ipotesi provvisoriamente fatta che il sistema cresca secondo un'età dell'oro, i livelli dei coefficienti a_{in} sono costanti anche se, in generale, essi dipendono da molte variabili (reddito reale dei consumatori, sistema dei prezzi ecc.).

Un primo insieme di condizioni di equilibrio stabilisce l'eguaglianza tra la quantità di ciascun bene *i.mo* consumata (data dalla quantità consumata da ciascun lavoratore per il numero dei lavoratori) e la quantità di ciascun bene di consumo *i.mo* prodotta. Quindi, in ogni settore ed in ogni periodo di tempo, deve essere:

$$(1.1.1) \quad x_i = a_{in} N_0 e^{et}$$

In secondo luogo, dal momento che, per ipotesi, il sistema deve seguire un andamento di equilibrio, i beni capitali a disposizione di ciascun settore dei beni di consumo debbono essere sempre completamente utilizzati. Ciò significa, tra l'altro, che per aumentare di una unità il livello di produzione di un settore che produce beni di consumo, è necessario aumentare di una unità lo stock di beni capitali che tale settore deve avere a propria disposizione (questo in seguito all'ipotesi che i beni capitali vengono misurati in unità di capacità produttiva). Quindi se ξ_i rappresenta il livello cor-

5. J. ROBINSON, *The Accumulation of Capital* cit.

rente di produzione dei beni capitali utilizzati nel settore *i.mo* dei beni di consumo, e se si indica con \dot{x}_i la derivata di x_i rispetto al tempo, le ipotesi già effettuate ci permettono di scrivere:

$$(1.1.2) \quad \xi_i = \dot{x}_i$$

Le relazioni (1.1.1) e (1.1.2) esprimono le condizioni che debbono essere soddisfatte affinché si possa avere equilibrio (domanda eguale ad offerta) nei settori che producono beni di consumo e nei corrispondenti settori che producono beni capitali.

Ora dobbiamo considerare il livello di occupazione della forza lavoro onde poter imporre al sistema la condizione che assicuri la piena occupazione della forza-lavoro disponibile. Sia a_{ni} la quantità di lavoro necessaria direttamente o indirettamente per la produzione di una unità del bene di consumo *i.mo* (cioè gli a_{ni} sono i coefficienti che misurano gli *inputs* di lavoro nei settori, verticalmente integrati, che producono i beni di consumo⁶). Analogamente, sia α_{ni} la quantità di lavoro richiesta direttamente o indirettamente per la produzione di una unità dei beni capitali del tipo usato nella produzione del bene di consumo *i.mo*. La condizione per la piena occupazione della forza-lavoro disponibile può quindi essere espressa da:

$$(1.1.3) \quad a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \alpha_{n1} \xi_1 + \alpha_{n2} \xi_2 = N_0 e^{et}$$

Ora, il sistema di equazioni (1.1.1-3) è composto da 5 equazioni in sole 4 incognite: x_1 , x_2 , ξ_1 , ξ_2 . Questo significa che il sistema, così come è scritto, è sovradeterminato. Quindi esso non può essere consistente per qualsiasi insieme di valori dei suoi parametri: se ai parametri fossero assegnati valori arbitrari, tutte le equazioni del sistema potrebbero essere soddisfatte soltanto per caso. Affinché il sistema non sia contraddittorio, è necessario che tra i valori dei parametri sussista una relazione ben determinata. In termini economici, si può dire che: soltanto per caso l'equilibrio settoriale comporta anche la piena occupazione⁷. Un sistema che cresce secondo un'età

6. Si veda L. L. PASINETTI, *op. cit.*, p. 581 e cap. VI.

7. Quanto esposto nel testo è precisamente quello che, con riferimento ad un modello aggregato, è stato affermato da R. F. HARROD, *An Essay in Dynamic Theory*, «The Economic Journal», marzo 1939, e, più compiutamente, in: *Towards a Dynamic Economics*, London, 1948, ed anche da E. D. DOMAR, *Capital Expansion, Rate of Growth and Employment*, «Econometrica», aprile 1946;

dell'oro si trova in equilibrio ed in piena occupazione e si trova quindi in una situazione del tutto particolare ed altamente improbabile. Ed è appunto per sottolineare che ben difficilmente una situazione di questo genere può verificarsi in una economia reale che J. Robinson ha dato a tale situazione il nome mitologico di età dell'oro⁸.

In modo preciso, affinché il sistema (1.1.1-3) possa essere consistente, i coefficienti di lavoro e i coefficienti di consumo debbono soddisfare alla condizione seguente che esprime il fatto che deve essere possibile derivare una qualsiasi delle equazioni (1.1.1-3) dalle altre⁹:

$$(1.1.4) \quad a_{1n} a_{n1} + a_{2n} a_{n2} + \varepsilon a_{1n} \alpha_{n1} + \varepsilon a_{2n} \alpha_{n2} = 1$$

Questa condizione è quella ricavata da Pasinetti per un sistema che cresce in equilibrio ed in piena occupazione nell'ipotesi che le tecniche produttive non mutino, che il saggio di crescita della forza-lavoro sia costante, e che i beni capitali abbiano durata infinita¹⁰.

Per spiegare il significato economico di questa condizione, Pasinetti ha incominciato coll'osservare che ogni termine che compare nel primo membro della (1.1.4) può essere interpretato come la quota della forza-lavoro totale esistente nell'economia che è occupata in un certo settore. Ad es., $a_{1n} a_{n1}$ è la proporzione di forza-lavoro occupata nel primo settore dei beni di consumo perché a_{1n} è la domanda del primo bene per lavoratore, e a_{n1} è la quantità di lavoro necessaria a soddisfarla; $\varepsilon a_{1n} \alpha_{n1}$ è la proporzione di forza-lavoro occupata nel primo settore dei beni capitali perché εa_{1n} è l'aumento di domanda del primo bene di consumo (dovuto alla crescita della popolazione) e quindi, data l'unità di misura dei beni capitali che si è ipotizzata, rappresenta anche il livello della

Id., *Expansion and Employment*, « The American Economic Review », marzo 1947. I due saggi di Domar sono stati ripubblicati in un volume dell'autore: *Essays in the Theory of Growth*, London, 1957.

8. Si veda per es. *The Accumulation of Capital* cit., p. 99, Id., *Exercises in Economic Analysis*, London, 1960, p. 94. L'argomentazione del testo, relativamente ad un modello aggregato, è stata avanzata anche da A. K. SEN, *Neoclassical and Neo-keynesian Theories of Distribution*, « The Economic Record », marzo 1953, p. 56.

9. Mettendo insieme le (1.1.1) e la (1.1.2) si può ottenere: $\xi_i = \varepsilon a_{in} N_0 e^{et}$. Sostituendo questo risultato e le equazioni (1.1.1) nella (1.1.3) e dividendo primo e secondo membro per $N_0 e^{et}$, si ottiene l'equazione (1.1.4) del testo.

10. L. L. PASINETTI, *op. cit.*, cap. III, pp. 610-612.

domanda del primo bene capitale, e α_{n1} è la quantità di lavoro necessaria per avere una produzione del primo bene capitale in grado di soddisfare tale domanda. Ne segue quindi che la condizione (1.1.4) afferma che la somma delle quote di forza-lavoro occupate nei diversi settori deve essere pari all'unità, cioè al totale della forza lavoro disponibile.

Alla condizione (1.1.4) si può però attribuire anche un altro significato economico. Si può infatti dimostrare che essa può essere interpretata come la condizione che stabilisce a quale livello debba essere mantenuta la domanda di beni di consumo affinché si possa avere la piena occupazione. Più precisamente, si può interpretare la condizione (1.1.4) dicendo che il livello della spesa *pro-capite* effettuata in tutti i settori dei beni di consumo, deve essere uguale al valore di tutti i beni di consumo potenzialmente producibili nell'economia una volta che siano rispettate le condizioni di equilibrio che determinano il livello degli investimenti nei diversi settori. La dimostrazione del perché la (1.1.4) possa essere interpretata in tale modo richiede però alcuni risultati a cui perverremo soltanto nel cap. II del presente lavoro. Ad ogni modo, la nota¹¹ riporta questa dimostrazione, rimandando per ciò che è necessario, a quanto verrà dimostrato in seguito.

11. Dalle relazioni (2.1.1) e (2.1.2) del § 1 del cap. II si può notare che i prezzi di equilibrio dei beni di consumo risultano definiti da: $p_i = w(a_{ni} + r\alpha_{ni})$, dove w è il saggio di salario e r è il saggio di profitto. Nel § 2 del cap. II si mostra che, sotto l'ipotesi che i consumatori consumino tutto il proprio reddito e i percettori di profitti investano tutto il proprio, il saggio di profitto, per una economia che cresce in età dell'oro sotto condizioni tecniche costanti, è eguale al saggio di crescita ($r = \varepsilon$). Assumendo infine il saggio di salario come numerario ($w = 1$), la (1.1.4) può essere scritta come: $p_1 a_{1n} + p_2 a_{2n} = 1$. Il primo membro rappresenta quindi la spesa *pro-capite* nei due settori dei beni di consumo. Ora, nel § 5 del cap. II, si mostra che il valore di equilibrio dei beni di consumo prodotti nell'economia quando tutta la forza-lavoro è pienamente occupata è pari a $N_0 e^{et}$ e cioè alla quantità di forza-lavoro disponibile. Ne segue che il valore della spesa *pro-capite* dei consumatori deve essere pari al valore della produzione *pro-capite* dei beni di consumo che è ottenibile nell'economia occupando tutta la mano d'opera disponibile. Questo nell'ipotesi che gli investimenti da effettuare nei diversi settori, affinché ci sia equilibrio settoriale, siano effettuati. Tale è infatti il significato economico dell'ipotesi di equilibrio a livello dei vari settori e dell'assunzione che i consumatori spendano tutto il proprio reddito in beni di consumo e i percettori di profitti investano tutto il reddito che viene loro attribuito (assunzioni queste necessarie per dimostrare che $r = \varepsilon$). Le stesse considerazioni sviluppate nel testo sono fatte da L. L. PASINETTI, *op. cit.*, pp. 610-612.

La condizione (1.1.4) ha quindi natura essenzialmente macro-economica e può essere denominata come *condizione di domanda di piena occupazione*. Se questa condizione non è soddisfatta, il sistema non può crescere secondo un'età dell'oro.

In particolare, se il primo membro della (1.1.4) dovesse essere inferiore ad 1, ci sarà disoccupazione in quanto la domanda non sarebbe sufficiente a mantenere il sistema in piena occupazione. Se invece il primo membro della (1.1.4) dovesse essere superiore ad 1, la domanda sarebbe troppo elevata e quindi tenderebbero ad originarsi situazioni di tipo inflazionistico. Di questi aspetti però diremo più a lungo nel cap. III.

Siamo ora in grado di chiarire meglio le condizioni che debbono essere rispettate, affinché un sistema possa crescere in condizioni di età dell'oro. Esse sono di due tipi e precisamente:

a) un insieme di condizioni che stabiliscono l'equilibrio tra domanda ed offerta a livello dei diversi settori;

b) una condizione macroeconomica che stabilisca a quale livello debba essere mantenuta la domanda di beni di consumo (e, dato l'equilibrio settoriale, anche quella di beni di investimento), se si vuole che il sistema possa crescere in condizioni di piena occupazione.

2. *L'introduzione del progresso tecnico e la sua influenza sui coefficienti tecnici e sui coefficienti di consumo.*

Fino ad ora abbiamo supposto che nel sistema non fosse presente alcuna forma di progresso tecnico. Cerchiamo ora di mostrare le conseguenze dell'abbandono di una tale ipotesi.

L'introduzione del progresso tecnico ha due conseguenze principali:

a) utilizzando una data quantità di forza-lavoro è possibile ottenere una produzione di beni più elevata di prima. Supponiamo che il progresso tecnico aumenti nella stessa misura la produttività dei lavoratori che utilizzano i beni capitali nuovi e quelli costruiti nel passato (progresso tecnico «non incorporato» nei nuovi beni capitali¹²). Pensiamo ad esempio, ad ogni forma di miglioramento nell'organizzazione della produzione che non richieda sostituzioni di impianti; pensiamo anche al caso di un'industria che

12. Per le definizioni di progresso tecnico «incorporato» e «non incorporato» si veda: R. M. SOLOW, *Capital Theory and the Rate of Return*, Amsterdam, 1963, cap. II.

sostituisca un bene utilizzato prima nella produzione con un bene diverso, senza che questa sostituzione comporti modifiche negli impianti, pur consentendo un risparmio nella quantità di lavoro (diretto o indiretto) necessario per ottenere un certo volume di produzione. Se si assume che nell'organizzazione della produzione si utilizzino sempre le più efficienti tecniche disponibili e che la forza-lavoro sia sempre pienamente occupata, allora il progresso tecnico comporta, come conseguenza, un aumento del reddito reale *pro-capite*;

b) l'aumento del reddito *pro-capite* in termini reali determina una variazione nel livello e nella struttura dei consumi *pro-capite*. È stato già notato nell'introduzione come, al crescere del reddito *pro-capite*, la domanda dei diversi beni di consumo non cresca in tutti i settori nella stessa proporzione. Ne segue che, introducendo nel nostro modello il progresso tecnico, siamo obbligati ad assumere non soltanto che vari il livello dei singoli consumi *pro-capite*, ma anche che vari la struttura dei consumi cioè che varino i rapporti tra i consumi dei diversi beni.

Il nostro scopo, per il momento, è quello di descrivere come un sistema economico in cui ci sia progresso tecnico, debba crescere affinché, in ogni momento si abbia equilibrio tra domanda ed offerta a livello dei singoli settori e, nello stesso tempo, si abbia la piena occupazione della forza-lavoro disponibile. Non siamo invece, per ora, interessati allo studio degli andamenti che potrebbero simultaneamente verificarsi nel sistema a seguito dell'introduzione dell'innovazione e che potrebbero o meno essere in grado di portare il sistema ad un andamento di equilibrio e di piena occupazione. In altri termini, non siamo interessati a descrivere che tipo di crescita potrebbe avere un sistema economico lasciato a sé stesso, ma siamo invece interessati a descrivere quale andamento tale sistema economico debba avere onde poter crescere in condizioni di piena occupazione e di equilibrio in tutti i mercati.

A questo punto ci allontaneremo dal tipo di trattazione effettuata da Pasinetti. Questo autore assume che il progresso tecnico riduca i coefficienti di lavoro dei diversi settori in maniera esponenziale a saggi costanti e diversi da settore a settore. In secondo luogo, assume che i consumi *pro-capite* aumentino esponenzialmente a saggi diversi tra i diversi settori e variabili nel tempo. E assume anche di poter dividere il tempo in intervalli di lunghezza tale per cui sia possibile, all'interno di ciascuno di questi intervalli, considerare approssimativamente costanti i saggi di crescita dei consumi

pro-capite di ciascun bene. In seguito, quando si passa da un intervallo di tempo all'intervallo successivo, i saggi di crescita dei consumi *pro-capite* si possono portare a livelli diversi di quelli avuti in precedenza, per rimanere poi fissi a tali livelli fino alla fine di questo nuovo intervallo, quando essi potranno avere una nuova variazione, e così via¹³.

Sfortunatamente, come si vedrà più avanti, l'accettazione di tutte queste ipotesi non permette di arrivare ad una soluzione del modello in cui sia sempre soddisfatta la condizione di piena occupazione. Questo fatto tenderebbe a creare delle difficoltà di trattazione qualora ci si proponesse, come noi vogliamo fare, di sviluppare l'analisi al di là di quanto è stato fatto da Pasinetti. Di conseguenza, in ciò che segue, noi adoteremo un approccio diverso.

In primo luogo non supporremo che, la riduzione dei coefficienti di lavoro, provocata dal progresso tecnico, sia un fenomeno che si presenta nel tempo in modo continuo. Assumeremo invece che i coefficienti di lavoro cambino a certi momenti di tempo, per ora fissati in modo esogeno, e rimangano poi costanti per tutto l'intervallo di tempo compreso tra due di questi momenti successivi. Questa ipotesi ha lo stesso significato di quella effettuata da Pasinetti a proposito dei coefficienti di consumo. Se qualcuno è dell'idea che il progresso tecnico riduca i coefficienti di lavoro in modo continuo, può considerare la nostra ipotesi come una approssimazione di ciò che succede in realtà. Infatti è possibile esprimere la nostra ipotesi in termini matematici, dicendo che essa ci permette di approssimare una funzione continua per mezzo di una funzione a gradini, come mostra il diagramma n. 1, a p. seg., ed è ben noto che, con questa procedura è possibile ridurre il margine di approssimazione entro limiti piccoli quanto si vuole aumentando il numero dei gradini.

In secondo luogo, allo scopo di chiarire alcuni aspetti importanti della nostra analisi, inizieremo la trattazione supponendo di conoscere, in ogni momento di tempo t , il livello raggiunto dal consumo *pro-capite* e la sua struttura. Tale conoscenza ci deriva o dalle condizioni iniziali oppure dai risultati dell'analisi svolta a partire dal momento iniziale fino al tempo t . Se poi, per una ragione qualsiasi, il livello e/o la struttura del consumo *pro-capite* dal tempo t in avanti dovesse modificarsi, noi assumeremo, per il momento, che ci sia *esogenamente* dato il rapporto tra la variazione del consumo

13. L. L. PASINETTI, *op. cit.*, cap. V, pp. 642-644.

di un qualsiasi bene e la variazione del consumo di un qualsiasi altro bene. In altre parole, se si assume che il numero dei beni di consumo che vengono prodotti sia $n-1$ (due, nella nostra tratta-

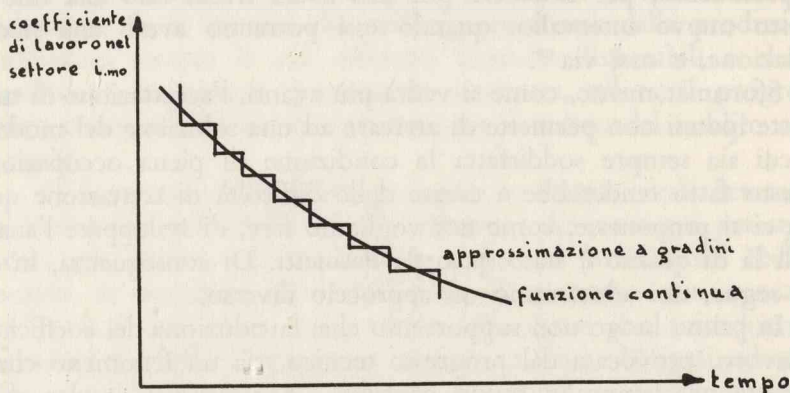


Diagramma 1.

zione semplificata) noi assumeremo di aver dati in modo esogeno i rapporti: $\frac{\dot{a}_{in}(t)}{\dot{a}_{jn}(t)}$ (con $i, j = 1, 2 \dots n-1$), ad ogni momento t e per ogni dato insieme di coefficienti di consumo a quel momento¹⁴.

Desideriamo sottolineare, a questo proposito, che il significato economico di questa ipotesi consiste nel fatto che si assume di conoscere, dal di fuori del modello, come varierà la struttura dei consumi ai diversi livelli dei consumi stessi.

In seguito, procedendo nella nostra analisi, rinunceremo a questa ipotesi di esogeneità delle variazioni nella struttura dei consumi e assumeremo invece che gli andamenti dei rapporti: $\dot{a}_{in}(t) / \dot{a}_{jn}(t)$ siano determinati, dall'interno del modello, in funzione di variabili quali: livello e struttura dei consumi già raggiunti, livello del reddito reale, sua distribuzione, andamento dei prezzi e così via. Questa ipotesi alternativa potrà essere introdotta soltanto quando avremo determinato, dall'interno del modello, gli andamenti delle variabili

14. Ricordiamo che con un puntino sopra una variabile vogliamo indicare la derivata di tale variabile rispetto al tempo. Notiamo inoltre che, per essere consistenti, deve essere: $\frac{\dot{a}_{in}(t)}{\dot{a}_{jn}(t)} = \frac{\dot{a}_{in}(t)}{\dot{a}_{rn}(t)} \frac{\dot{a}_{rn}(t)}{\dot{a}_{jn}(t)}$. Perciò ci basta aver esogenamente dato un vettore di rapporti tra i consumi *pro-capite*, non una matrice degli stessi.

che possono influenzare il comportamento dei coefficienti di consumo (cioè quando avremo sviluppato il modello non solo con riferimento al sistema delle quantità ma anche con riferimento al sistema dei valori).

Uno dei maggiori vantaggi di questa trattazione graduale per cui, in un primo tempo, si assume che le variazioni della struttura dei consumi siano date esogenamente, è che le conclusioni a cui, sulla base di tale ipotesi siamo in grado di pervenire, rimangono valide qualunque sia la teoria del comportamento dei consumatori, della distribuzione del reddito, della determinazione del prezzo ecc. che si voglia accettare.

Tuttavia, qualcuno potrebbe non essere soddisfatto della nostra procedura che ignora, per il momento, tutte le influenze che le variabili economiche possono avere sull'andamento dei coefficienti di consumo. Mentre ci scusiamo per i dubbi a cui così facendo diamo adito, confidiamo tuttavia che essi saranno superati da chi sarà disposto ad accettare le ipotesi relative alla distribuzione del reddito e al meccanismo di formazione dei prezzi che saranno indicate più avanti. Vogliamo però sottolineare, ancora una volta, che anche coloro che non si sentiranno di accettare le ipotesi che faremo allora, dovrebbero in ogni caso poter accettare le conclusioni a cui perverremo nella fase di prima approssimazione.

Infine, avanziamo un'ipotesi che sarà mantenuta per tutta la nostra analisi, e cioè l'ipotesi che sia possibile dividere, come ha fatto Pasinetti, il tempo in intervalli di una certa ampiezza ed approssimare, all'interno di ciascun intervallo, l'andamento dei rapporti: $\dot{a}_{in}(t) / \dot{a}_{in}(t)$ per mezzo di una funzione lineare. Il modo preciso secondo cui questa approssimazione verrà effettuata sarà chiarito più oltre. Già fin d'ora però dovrebbe essere chiaro come sia sempre possibile pervenire ad una approssimazione accurata quanto si vuole aumentando il numero degli intervalli e riducendone corrispondentemente l'ampiezza.

3. *Gli effetti di variazioni « una tantum » dei coefficienti di lavoro nell'ipotesi di sviluppo proporzionale dei consumi settoriali.*

In questo paragrafo inizieremo l'analisi delle condizioni per uno sviluppo in equilibrio ed in piena occupazione in presenza di progresso tecnico seguendo una strada molto indiretta. In particolare, assumeremo che, in una economia che, fino al tempo $t = 0$, era cresciuta secondo un'età dell'oro sotto condizioni tecniche costanti,

venga introdotta una innovazione che immediatamente (cioè al tempo $t = 0$) riduce il coefficiente di lavoro di un settore che produce beni di consumo. Dopo questa variazione al tempo $t = 0$, nell'economia non ci sarà più nessun'altra variazione nei coefficienti di lavoro. Naturalmente questa ipotesi è del tutto provvisoria e sarà eliminata in un prossimo paragrafo.

Per il momento invece, sotto l'ipotesi che un certo coefficiente di lavoro cambi *una tantum*, ci proponiamo di descrivere l'andamento che l'economia deve avere al fine di mantenere sempre l'equilibrio tra domanda ed offerta nei diversi settori, la piena utilizzazione delle capacità produttive settoriali e la piena occupazione della mano d'opera disponibile. Come si mostrerà più avanti, l'economia, nelle ipotesi ora effettuate, partendo dalla situazione di età dell'oro possibile nelle condizioni che si avevano prima che il coefficiente venisse a variare, tenderà a portarsi verso un'altra configurazione di età dell'oro¹⁵.

Allo scopo di rendere precisi i nostri ragionamenti, prendiamo in considerazione il sistema economico che sta crescendo secondo un'età dell'oro descritto nel § 1. In tale sistema, al tempo $t = 0$, si verifica, ad opera del progresso tecnico, una riduzione nel coefficiente di lavoro del primo settore dei beni di consumo. Questo coefficiente passa da: a_{n1} a: ρa_{n1} , con $\rho < 1$, mentre tutti gli altri coefficienti tecnici ($a_{n2}, \alpha_{n1}, \alpha_{n2}$) rimangono al loro livello precedente.

Per chiarire alcuni aspetti del problema, inizieremo la trattazione effettuando un'analisi di *dinamica comparata*, cioè un'analisi che si propone di paragonare l'andamento di età dell'oro che l'economia aveva prima che si verificasse la variazione nel coefficiente tecnico con gli andamenti in età dell'oro che sono possibili per tale economia dopo che il coefficiente tecnico si è modificato¹⁶. Soltanto in seguito esamineremo come debba avvenire il passaggio tra le due situazioni per mezzo di una vera e propria analisi dinamica.

Quali caratteristiche debbono avere le età dell'oro possibili per l'economia dopo che il progresso tecnico ha modificato le condizioni produttive preesistenti? Già sappiamo che, affinché un'economia possa svilupparsi secondo un'età dell'oro, è necessario che

15. Questo problema è dello stesso genere di quello discusso da J. R. HICKS, *Capital and Growth* cit., cap. XVI.

16. Effettuando un'analisi di dinamica comparata si fa ciò che J. ROBINSON chiama una « comparazione di età dell'oro ». Cfr. *The Accumulation of Capital* cit.

tra i diversi parametri che descrivono l'economia sussista il legame espresso dalla condizione (1.1.4) del § 1. (condizione di domanda di piena occupazione). Ora, tale condizione era soddisfatta al tempo $t = 0$. Ma adesso il coefficiente di lavoro del primo settore dei beni di consumo ha avuto una diminuzione mentre i coefficienti di lavoro degli altri settori non si sono modificati. Ne segue che, affinché la condizione (1.1.4) possa essere soddisfatta, si debbono verificare opportune variazioni in un coefficiente di consumo o in entrambi.

Dopo che le condizioni produttive sono state modificate dal progresso tecnico i diversi livelli dei coefficienti di consumo che soddisfano la condizione di domanda di piena occupazione, che indichiamo rispettivamente con: a_{1n}^* e a_{2n}^* , risultano implicitamente definiti dalla relazione seguente:

$$(1.3.1) \quad \rho a_{n1} a_{1n}^* + a_{n2} a_{2n}^* + \varepsilon \alpha_{n1} a_{1n}^* + \varepsilon \alpha_{n2} a_{2n}^* = 1$$

Ogni coppia di valori a_{1n}^* , a_{2n}^* che soddisfano la (1.3.1) è in grado di caratterizzare una situazione di età dell'oro che è possibile dopo che il coefficiente di lavoro nel primo settore dei beni di consumo si è ridotto.

Allo stesso modo, è possibile definire l'insieme di coppie di valori dei coefficienti di consumo *pro-capite* (a_{1n} , a_{2n}) che avrebbero potuto caratterizzare le situazioni di età dell'oro alle condizioni tecniche preesistenti. Le coppie di valori a_{1n} , a_{2n} avrebbero dovuto soddisfare la precedente condizione di domanda di piena occupazione:

$$(1.3.2) \quad a_{n1} a_{1n} + a_{n2} a_{2n} + \varepsilon \alpha_{n1} a_{1n} + \varepsilon \alpha_{n2} a_{2n} = 1$$

Nel diagramma n. 2, a p. seg., sono stati tracciati i segmenti di retta che rappresentano, nel quadrante positivo, le equazioni: (1.3.1) e (1.3.2). Il segmento AB rappresenta l'equazione (1.3.1) mentre il segmento $A'B$ rappresenta l'equazione (1.3.2). Essi hanno in comune il punto B perché quel punto rappresenta una situazione di età dell'oro in cui soltanto il secondo bene di consumo è prodotto e consumato in quantità positive. Quindi, poiché il progresso tecnico non ha modificato le condizioni produttive nel secondo settore, non si può registrare alcun aumento nella produzione di tale settore. D'altra parte, il segmento AB giace al di sopra di $A'B$ perché la riduzione delle quantità di lavoro richieste dal primo settore permette di ottenere una produzione maggiore di un settore quando sia data la produzione dell'altro e sia data la quantità di forza-lavoro disponibile.

Ora, quando nel § 1 abbiamo ipotizzato che a_{1n} e a_{2n} avessero certi valori fissati, abbiamo in effetti scelto una particolare età dell'oro tra tutte quelle che erano possibili alle condizioni tecniche

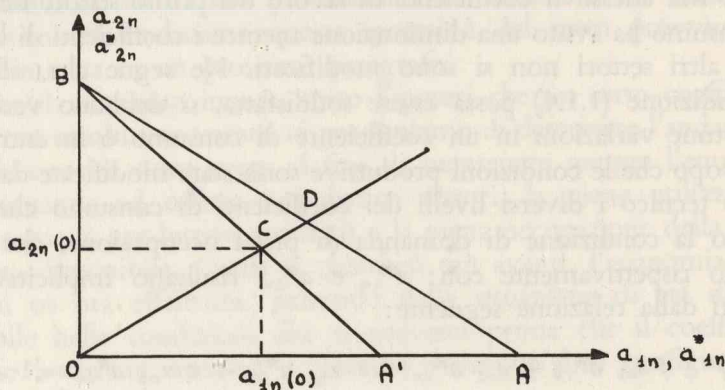


Diagramma 2.

che erano state assunte. In termini del diagramma n. 2 abbiamo scelto un punto particolare tra tutti i punti giacenti nel segmento $A'B$. Indichiamo con C questo punto. Esso ha per coordinate $a_{1n}(0)$, $a_{2n}(0)$ e descrive la situazione di età dell'oro dell'economia al tempo $t=0$.

Partendo dal punto C , per ritornare ad una situazione di età dell'oro dopo che il progresso tecnico ha ridotto il coefficiente di lavoro nel primo settore dei beni di consumo, l'economia deve raggiungere un qualche punto che giace sul segmento AB . Quale punto di questo segmento dipenderà da come verrà a modificarsi la struttura dei consumi.

In questo paragrafo, assumeremo che i consumatori intendano aumentare i propri consumi dei diversi beni in modo proporzionale. Questa ipotesi verrà però abbandonata in un prossimo paragrafo in cui assumeremo che le proporzioni secondo le quali i consumatori richiedono i diversi beni possano variare.

Assumendo quindi, per il momento, una crescita proporzionale nel consumo dei due beni, è facile determinare la particolare età dell'oro che l'economia dovrà raggiungere. Questa età dell'oro è quella in cui i livelli dei consumi *pro-capite* sono dati dalle coordinate del punto D del diagramma n. 2. Per tale punto infatti, e soltanto per tale punto, si ha che $\frac{a_{2n}^*}{a_{1n}^*} = \frac{a_{2n}(0)}{a_{1n}(0)}$, si rispetta cioè la condizione di sviluppo proporzionale dei consumi.

Fino ad ora si è effettuata un'analisi di dinamica comparata che ci ha permesso di descrivere in modo molto semplice le caratteristiche della nuova età dell'oro che il sistema economico dovrebbe raggiungere. È però giunto il momento di chiederci quale andamento debba seguire il sistema economico per portarsi dalla situazione di età dell'oro di partenza (punto C) a quella di arrivo (punto D), se vogliamo che, durante tutto il percorso, si mantenga sempre la piena occupazione e l'equilibrio tra domanda ed offerta nei diversi settori. Per rispondere a questa domanda è assolutamente necessario sviluppare una vera e propria *analisi dinamica*. Ma per fare ciò, dobbiamo riformulare il modello esaminato nel § 1 per tener conto della modificazione del coefficiente di lavoro del primo settore e delle modificazioni che si debbono avere nei coefficienti di consumo.

Indichiamo con $a_{in}(t)$ il coefficiente di consumo *pro-capite* dei beni prodotti dal settore i mo al tempo t . Le condizioni che stabiliscono l'equilibrio tra domanda ed offerta nei settori dei beni di consumo possono allora essere scritte come:

$$(1.3.3) \quad x_i = a_{in}(t) N_0 e^{et} \quad i = 1, 2$$

Niente invece deve essere modificato nelle equazioni che stabiliscono l'equilibrio tra domanda ed offerta nei settori dei beni capitali. Quindi possiamo scrivere:

$$(1.3.4) \quad \xi_i = \dot{x}_i \quad i = 1, 2$$

Dobbiamo inoltre scrivere la condizione di piena occupazione. Ricordando che, per le ipotesi che sono già state fatte, il coefficiente di lavoro del primo settore dei beni di consumo è ρa_{n1} con $\rho < 1$ avremo:

$$(1.3.5) \quad \rho a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \alpha_{n1} \xi_1 + \alpha_{n2} \xi_2 = N_0 e^{et}$$

Ora, utilizzando le (1.3.3) e (1.3.4), possiamo esprimere la (1.3.5), cioè la condizione di piena occupazione, in termini dei coefficienti di consumo dei due beni e delle loro variazioni¹⁷, ottenendo così:

$$(1.3.6) \quad \rho a_{n1} a_{1n}(t) + a_{n2} a_{2n}(t) + \alpha_{n1} [\dot{a}_{1n}(t) + \varepsilon a_{1n}(t)] + \\ + \alpha_{n2} [\dot{a}_{2n}(t) + \varepsilon a_{2n}(t)] = 1$$

17. Derivando le (1.3.3) rispetto al tempo si ottiene: $\dot{x}_i = \dot{a}_{in}(t) N_0 e^{et} + \varepsilon a_{in}(t) N_0 e^{et}$. Sostituendo questo risultato nelle (1.3.4) e quindi nella (1.3.5) e dividendo infine primo e secondo membro per: $N_0 e^{et}$ si ottiene l'espressione (1.3.6) del testo.

Questa è un'equazione differenziale, nei coefficienti di consumo: $a_{1n}(t)$ e $a_{2n}(t)$. Per poterla risolvere ci occorre una relazione che leghi $a_{1n}(t)$ a $a_{2n}(t)$. In termini economici, ci occorre un'ipotesi in grado di dirci come la struttura dei consumi verrà a variare. Ora, supponendo che per tutto il periodo si abbia sviluppo proporzionale, come abbiamo supposto in questo paragrafo, deve essere¹⁸:

$$(1.3.7) \quad \frac{a_{1n}(t)}{a_{2n}(t)} = \frac{a_{1n}(0)}{a_{2n}(0)} = \beta$$

Sostituendo la (1.3.7) nella (1.3.6) ed effettuando alcuni semplici passaggi algebrici, si può alla fine ottenere:

$$(1.3.8) \quad \dot{a}_{2n}(t) + \frac{\delta}{\gamma} a_{2n}(t) = \frac{1}{\delta}$$

dove si è posto:

$$(1.3.9) \quad \delta = \rho a_{n1} \beta + a_{n2} + \alpha_{n1} \varepsilon \beta + \alpha_{n2} \varepsilon$$

$$(1.3.10) \quad \gamma = \alpha_{n1} \beta + \alpha_{n2}$$

L'equazione (1.3.8) è un'equazione differenziale, lineare, del primo ordine, a coefficienti costanti. La sua soluzione, per un dato valore iniziale: $a_{2n}(0)$, è data da:

$$(1.3.11) \quad a_{2n}(t) = \left[a_{2n}(0) - \frac{1}{\delta} \right] e^{-\frac{\delta}{\gamma} t} + \frac{1}{\delta}$$

Dalla (1.3.11) si può vedere immediatamente che:

$$(1.3.12) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} a_{2n}(t) = \frac{1}{\delta}$$

e si può facilmente mostrare che $\frac{1}{\delta}$ è proprio il valore che $a_{2n}(t)$ deve avere in un'età dell'oro nell'ipotesi di sviluppo proporzionale

18. Si noti che, per seguire la procedura che avevamo preannunciato nel § 2, invece di assumere la (1.3.7) avremmo dovuto assumere $\frac{\dot{a}_{1n}(t)}{\dot{a}_{2n}(t)} = \beta$. Si può però osservare che, integrando quest'ultima relazione si ottiene: $a_{1n}(t) = \beta a_{2n}(t) + A$, dove A deve essere determinata dalle condizioni iniziali. Ma, siccome per ipotesi, al tempo $t = 0$, si aveva che: $a_{1n}(0) = \beta a_{2n}(0)$, si può immediatamente ricavare la (1.3.7) del testo.

dei consumi espressa dall'equazione (1.3.7). Ed infatti, sotto questa ipotesi, $a_{2n}^* = \frac{1}{\delta}$ è l'unica soluzione dell'equazione (1.3.1) che descrive le possibili età dell'oro dopo la variazione nel coefficiente tecnico.

Si può inoltre facilmente mostrare che, siccome $\rho < 1$, se i valori di $a_{1n}(0)$ e $a_{2n}(0)$ soddisfano l'equazione (1.3.2) riportata sopra (come deve essere dal momento che si è assunto che l'economia si trovasse in età dell'oro al tempo $t=0$), allora si ha senz'altro: $[a_{2n}(0) - \frac{1}{\delta}] < 0$. Si ha perciò che, *al passare del tempo, il valore di $a_{2n}(t)$ aumenterà tendendo al suo valore limite: $\frac{1}{\delta}$ con un andamento del tipo di quello riportato nel seguente diagramma:*

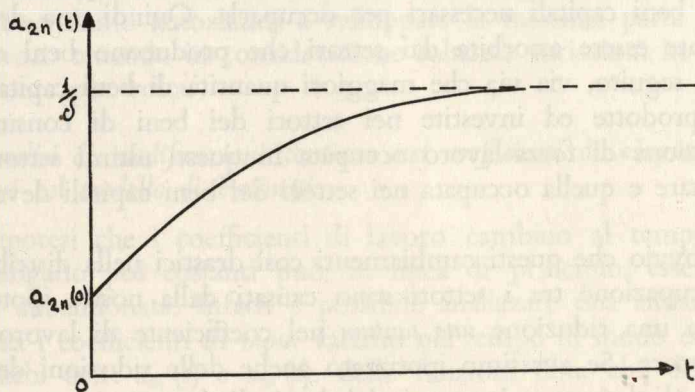


Diagramma 3.

Naturalmente, per l'ipotesi di sviluppo proporzionale dei consumi, anche l'andamento di $a_{1n}(t)$ sarà dello stesso tipo di quello di $a_{2n}(t)$; l'unica differenza si avrà nella scala in cui tracciare il nuovo diagramma. Il significato economico di questi andamenti dei coefficienti di consumo è che essi descrivono a quale livello deve essere portata la domanda di beni di consumo affinché la piena occupazione possa essere mantenuta. Per il momento non intendiamo occuparci del problema di come operare per fare sì che la domanda sia mantenuta a tale livello.

Utilizzando la (1.3.11) è anche possibile descrivere l'andamento di tutte le altre variabili del sistema. In particolare è possibile mostrare che *i settori che producono beni di investimento debbono, dal*

momento $t = 0$ in avanti, avere una produzione (ed una corrispondente occupazione) superiore a quella che sarebbe necessaria per produrre i beni capitali con cui occupare l'incremento nella forza-lavoro che man mano si rende disponibile. Ma, alla fine, questi settori debbono tornare a livelli di produzione (e di occupazione) che consentono soltanto di fornire i mezzi di produzione all'incremento della forza lavoro.

Questo accade perché, per passare dal punto C al punto D del diagramma n. 2, l'economia deve aumentare la capacità produttiva di entrambi i settori dei beni di consumo in misura superiore a quanto richiesto dall'aumento della forza-lavoro disponibile. In altre parole, al tempo $t = 0$, il progresso tecnico ha ridotto l'entità della forza-lavoro che deve essere occupata nel primo settore dei beni di consumo. Questa forza-lavoro sovrabbondante non può essere assorbita dal secondo settore dei beni di consumo perché non ci sono i beni capitali necessari per occuparla. Quindi essa deve inizialmente essere assorbita dai settori che producono beni capitali. Ma, in seguito, via via che maggiori quantità di beni capitali vengono prodotte ed investite nei settori dei beni di consumo, la proporzione di forza-lavoro occupata in questi ultimi settori deve aumentare e quella occupata nei settori dei beni capitali deve diminuire.

È ovvio che questi cambiamenti così drastici nella distribuzione dell'occupazione tra i settori sono causati dalla nostra ipotesi che si abbia una riduzione *una tantum* nel coefficiente di lavoro di un solo settore. Se avessimo ipotizzato anche delle riduzioni dei coefficienti di lavoro nei settori dei beni di investimento, molti di questi cambiamenti nella distribuzione della forza-lavoro tra i settori sarebbero stati ridotti. Al limite, se avessimo ipotizzato la stessa riduzione percentuale dei coefficienti di lavoro in tutti i settori, non si sarebbe reso necessario alcun cambiamento nella distribuzione settoriale della forza-lavoro.

È facile vedere come il metodo fino ad ora sviluppato possa essere usato anche per analizzare una situazione in cui, al tempo $t = 0$, il progresso tecnico abbia l'effetto di modificare tutti i coefficienti di lavoro, o alcuni di essi, mantenendo però sempre l'ipotesi che, dopo $t = 0$, tali coefficienti non abbiano a subire altre variazioni. Si indichino con ρ_i e σ_i dei parametri minori o al massimo eguali ad uno, che misurano le riduzioni che, al tempo $t = 0$, avvengono rispettivamente nei coefficienti a_{ni} e α_{ni} . Sotto questa

ipotesi, l'equazione che corrisponde alla (1.3.6) viene ad essere scritta:

$$(1.3.13) \quad \rho_1 a_{n1} a_{1n}(t) + \rho_2 a_{n2} a_{2n}(t) + \sigma_1 \alpha_{n1} [\dot{a}_{1n}(t) + \varepsilon a_{1n}(t)] + \\ + \sigma_2 \alpha_{n2} [\dot{a}_{2n}(t) + \varepsilon a_{2n}(t)] = 1$$

Questa equazione, assumendo crescita proporzionale nel consumo dei diversi settori, come imposto dalla (1.3.7), può essere risolta ottenendo:

$$(1.3.14) \quad a_{in}(t) = [a_{in}(0) - B_i] e^{At} + B_i \quad i = 1, 2$$

dove A e B_i sono delle costanti che dipendono dai valori dei diversi parametri.

Si può quindi notare che gli andamenti degli $a_{in}(t)$ sono dello stesso tipo di quelli che sono stati trovati esaminando gli effetti della variazione di un unico coefficiente. A seguito di questo risultato, ci sentiamo autorizzati a sviluppare la massima parte del nostro lavoro tenendo in considerazione soltanto variazioni in un solo coefficiente per volta.

4. *L'analisi di modificazioni continue nei coefficienti di «input». Confronti col modello di Pasinetti.*

L'ipotesi che i coefficienti di lavoro cambino al tempo $t=0$ e rimangano poi costanti può, in linea di principio, essere facilmente abbandonata. Infatti è possibile analizzare una situazione in cui tutti i coefficienti di *input* variano nel tempo in modo continuo. Si indichi con: $a_{ni}(t)$ e $\alpha_{ni}(t)$, delle funzioni note che descrivano l'andamento temporale dei coefficienti di lavoro. È facile vedere che, in tale caso, l'equazione che stabilisce la relazione che deve sussistere tra gli andamenti dei consumi dei due beni affinché si abbia la piena occupazione della forza lavoro disponibile, cioè l'equazione che corrisponde alla (1.3.6) del § precedente, viene ad essere scritta come:

$$(1.4.1) \quad a_{n1}(t) a_{1n}(t) + a_{n2}(t) a_{2n}(t) + \alpha_{n1}(t) [\dot{a}_{1n}(t) + \varepsilon a_{1n}(t)] + \\ + \alpha_{n2}(t) [\dot{a}_{2n}(t) + \varepsilon a_{2n}(t)] = 1$$

Se ora si assume una relazione che stabilisca come si muovano i coefficienti di consumo nei confronti uno dell'altro (ad es. in modo proporzionale come nel § precedente), ci troviamo di fronte al problema di risolvere una equazione differenziale, lineare, del primo ordine, a coefficienti variabili (che sono funzioni note del tempo).

Ma è ben noto che non è sempre possibile, né è facile, trovare esplicitamente la soluzione completa di una tale equazione anche se si assumesse che $a_{ni}(t)$ e $\alpha_{ni}(t)$ diminuiscano nel tempo secondo una legge esponenziale (che è la più semplice ipotesi che si fa normalmente).

Per questa ragione noi abbiamo preferito supporre che i coefficienti cambino soltanto a certi momenti di tempo e rimangano poi costanti per un certo periodo.

Fino ad ora si è supposto che le variazioni nei coefficienti avvenissero soltanto al momento iniziale. Nel prossimo paragrafo tratteremo il caso in cui, anche dopo il momento iniziale, si abbiano altre variazioni nei coefficienti di lavoro.

Per il momento invece, ci preme di chiarire il perché abbiamo ritenuto necessario utilizzare, nella nostra analisi, un approccio che si discosta da quello che è stato utilizzato da Pasinetti per l'analisi dei nostri stessi problemi. Abbiamo già visto che la nostra trattazione, a differenza di quella di Pasinetti, considera il progresso tecnico come un fenomeno che si manifesta non in modo continuo, ma a certi momenti di tempo. La nostra trattazione però differisce da quella di Pasinetti anche per un altro motivo. Questo autore infatti, come abbiamo già ricordato, assume che il progresso tecnico riduca i coefficienti di *input* di lavoro nei diversi settori secondo una legge esponenziale. Questa ipotesi è espressa dalle equazioni seguenti:

$$(1.4.2) \quad a_{ni}(t) = a_{ni}(0) e^{-\rho_i t} \quad i = 1, 2$$

$$(1.4.3) \quad \alpha_{ni}(t) = \alpha_{ni}(0) e^{-\sigma_i t} \quad i = 1, 2$$

dove ρ_i e σ_i sono i saggi a cui il progresso tecnico riduce nel tempo i requisiti di lavoro per unità di produzione in ciascun settore *i*-mo dei beni di consumo e dei beni capitali. Questi saggi possono, naturalmente, essere diversi da settore a settore e sono, salvo casi particolari, positivi.

Inoltre, Pasinetti usa l'artificio di dividere il tempo in intervalli di una certa ampiezza e di supporre che, all'interno di ciascun intervallo, sia possibile approssimare l'andamento dei consumi *pro-capite* per mezzo di una funzione esponenziale. In termini formali questa ipotesi si esprime come:

$$(1.4.4) \quad a_{in}(t) = a_{in}(0) e^{\mu_i t}$$

dove i μ_i rappresentano i saggi di crescita del consumo *pro-capite*

dei beni prodotti da ciascun settore *i.mo*. Questi saggi, che possono essere positivi (se il consumo *pro-capite* di quel bene aumenta) oppure negativi (nel caso contrario), sono considerati *costanti* all'interno di ogni dato intervallo di tempo.

Ora, se si sostituiscono le equazioni (1.4.2-4) nella (1.4.1), si ottiene la condizione che deve essere soddisfatta affinché si possa avere sviluppo in piena occupazione ed equilibrio nei diversi settori. Questa condizione, a seguito di alcuni semplici passaggi, può essere scritta nel modo che segue:

$$(1.4.5) \quad a_{n1}(0) a_{1n}(0) e^{(\mu_1 - \rho_1)t} + a_{n2}(0) a_{2n}(0) e^{(\mu_2 - \rho_2)t} + \alpha_{n1}(0) a_{1n}(0) \cdot \\ \cdot [\mu_1 + \varepsilon] e^{(\mu_1 - \sigma_1)t} + \alpha_{n2}(0) a_{2n}(0) [\mu_2 + \varepsilon] e^{(\mu_2 - \sigma_2)t} = 1$$

Questa relazione, interpretata in modo formale, stabilisce che una somma di funzioni esponenziali deve essere eguale ad 1, cioè ad una costante. Ma è possibile dimostrare che ciò può accadere se, e soltanto se, tutti gli esponenti delle suddette esponenziali sono eguali allo zero¹⁹. Ciò, a sua volta, significa che si deve avere: $\mu_i = \rho_i = \sigma_i$, per $i = 1, 2$.

19. Questa affermazione può essere facilmente dimostrata attraverso l'applicazione del metodo di *induzione matematica*. È immediatamente chiaro che l'affermazione vale per la somma di una sola funzione esponenziale. Infatti $A_1 e^{\gamma_1 t} = A$ è soddisfatta se e soltanto se $\gamma_1 = 0$ e $A_1 = A$.

Si supponga ora che la nostra affermazione sia stata dimostrata valida per una somma di $n-1$ esponenziali. Dimostreremo che allora essa è valida anche per una somma di n esponenziali. Si consideri:

$$(1) \quad A_1 e^{\gamma_1 t} + A_2 e^{\gamma_2 t} + \dots + A_n e^{\gamma_n t} = A$$

e si derivi questa espressione rispetto al tempo per ottenere:

$$(2) \quad A_1 \gamma_1 e^{\gamma_1 t} + A_2 \gamma_2 e^{\gamma_2 t} + \dots + A_n \gamma_n e^{\gamma_n t} = 0$$

È quindi possibile scrivere:

$$(3) \quad A_1 \gamma_1 e^{(\gamma_1 - \gamma_n)t} + A_2 \gamma_2 e^{(\gamma_2 - \gamma_n)t} + \dots + A_{n-1} \gamma_{n-1} e^{(\gamma_{n-1} - \gamma_n)t} = -A_n \gamma_n$$

Abbiamo così ottenuto una somma di $n-1$ esponenziali la quale, per ipotesi, può essere eguale ad una costante se, e soltanto se, $\gamma_1 - \gamma_n = \gamma_2 - \gamma_n = \dots = \gamma_{n-1} - \gamma_n = 0$. Ne segue che l'espressione (1) ha soluzione se, e soltanto se, $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_n$. Ma allora dalla (1) si vede che deve essere: $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_n = 0$, e: $A_1 + A_2 + \dots + A_n = A$, che è proprio quello che si voleva dimostrare.

Quando ormai stavamo completando la stesura del presente lavoro siamo venuti a conoscenza che anche S. Parrinello aveva notato come le ipotesi accolte nel modello di Pasinetti non possono essere consistenti con il soddisfacimento della condizione di piena occupazione. Cfr. S. PARRINELLO, *Alcune considerazioni critiche sul modello disaggregato di L. L. Pasinetti cit.*, pp. 13-15.

Quindi, se si vuole che la condizione di piena occupazione possa essere rispettata è necessario ipotizzare:

a) che il saggio di crescita della produttività del lavoro (cioè il saggio a cui il progresso tecnico riduce il coefficiente di *input* di lavoro) in ciascun settore *i.mo* dei beni di consumo sia uguale al saggio di crescita della produttività del lavoro nel corrispondente settore *i.mo* dei beni capitali;

b) che la domanda *pro-capite* dei beni prodotti da un certo settore cresca nel tempo allo stesso saggio a cui cresce la produttività del lavoro in quel settore.

Un caso particolare di una situazione di questo genere si ha quando il progresso tecnico aumenta la produttività del lavoro in tutti i settori ad uno stesso saggio e si ha sviluppo proporzionale nei consumi dei diversi beni. Questo è il caso dei modelli a crescita proporzionale in età dell'oro che sono già stati criticati.

Ma anche al di fuori di questo caso particolare, accettando le ipotesi a) e b) si arriverebbe a configurare una economia nella quale le proporzioni secondo cui la forza-lavoro disponibile viene occupata nei diversi settori non si modificano al passare del tempo.

Si può forse chiarire il perché del risultato a cui siamo pervenuti per via matematica, utilizzando il ragionamento economico. Se si guardano le equazioni (1.4.4), si vede subito che l'andamento dei consumi in un settore è completamente indipendente dall'andamento dei consumi in ogni altro settore²⁰. Quindi, una volta che si assumano dati i saggi di crescita delle produttività del lavoro nei diversi settori e il saggio di crescita della forza-lavoro disponibile, non si ha alcuna assicurazione che l'andamento dei coefficienti di consumo settoriali sia esattamente tale da soddisfare la condizione di piena occupazione. Il solo caso in cui si può stare certi che questa condizione sarà rispettata, è quello in cui gli andamenti delle produttività del lavoro e gli andamenti dei consumi *pro-capite* sono sempre mutualmente compatibili, all'interno di ciascun settore, senza che la distribuzione settoriale della forza-lavoro abbia a subire modificazioni.

Ora, per quanto è stato detto nell'introduzione, noi non vogliamo limitare la nostra analisi a queste situazioni, ma vogliamo invece studiare un sistema economico in cui la distribuzione della

20. Ciò accade nella versione formale del modello di Pasinetti anche se, in alcuni punti, l'autore afferma che i coefficienti di consumo potrebbero non essere indipendenti l'uno dell'altro. Cfr., per es., *A New Theoretical* cit., p. 654.

forza-lavoro tra i diversi settori possa modificarsi nel tempo. Ma allora non possiamo ipotizzare che, sia pure per brevi periodi di tempo, le produzioni settoriali crescano in modo esponenziale e a saggio costante, perché in tale caso la condizione di piena occupazione non potrebbe essere soddisfatta.

È vero che, dal momento che le ipotesi espresse dalle (1.4.4) sono state effettuate al solo scopo di descrivere in modo approssimato l'andamento dei consumi settoriali che dovrebbe verificarsi, potremmo decidere di accontentarci di sviluppare l'analisi anche nell'ipotesi che la condizione di piena occupazione (1.4.5) sia soddisfatta soltanto in modo approssimato. In particolare, si può pensare che questa considerazione sia legittima per Pasinetti in quanto egli conclude la sua analisi dicendo che, comunque, nel sistema economico esistono delle forze che tendono a fare sì che la condizione (1.4.5) non possa essere rispettata e si venga così ad originare disoccupazione²¹.

Ma siccome noi abbiamo intenzione di sviluppare l'analisi oltre il punto a cui l'ha portata Pasinetti, l'assumere che la condizione (1.4.5) possa essere soddisfatta soltanto in modo approssimato ci può comportare notevoli difficoltà di trattazione. Per questo motivo abbiamo preferito l'approccio di tipo diverso che ora stiamo seguendo.

5. *Gli effetti di successivi cambiamenti nei coefficienti di lavoro nell'ipotesi di sviluppo proporzionale dei consumi settoriali.*

Consideriamo ora un'economia in cui, dopo le variazioni registrate dai coefficienti di lavoro al tempo $t = 0$, si abbia una nuova modificazione in questi coefficienti al tempo $t = \tau > 0$. Ricordandoci dei risultati raggiunti alla fine del § 3, la trattazione può essere semplificata supponendo che, sia al tempo $t = 0$ che al tempo $t = \tau$, il progresso tecnico faccia variare un solo coefficiente.

Più precisamente, supponiamo che al tempo $t = 0$ si abbia una riduzione nel coefficiente di lavoro del primo settore dei beni di consumo. Come nel § 3, supponiamo che: a_{n1} diventi ρa_{n1} , con $\rho < 1$.

Assumiamo inoltre che, al tempo $t = \tau$, si abbia una riduzione nel coefficiente di lavoro di un altro settore, ad es. il secondo set-

21. L. L. PASINETTI, *op. cit.*, p. 652.

tore che produce beni capitali. In particolare supponiamo che α_{n2} diventi: $\sigma \alpha_{n2}$, con $\sigma < 1$.

Infine, continuiamo ad assumere, per il momento, che tutti i consumi crescano nella stessa proporzione:

$$(1.5.1) \quad \frac{a_{1n}(t)}{a_{2n}(t)} = \frac{a_{1n}(0)}{a_{2n}(0)} = \beta$$

Quest'ultima ipotesi sarà abbandonata nel prossimo paragrafo.

Ora, nell'intervallo di tempo $0 \leq t \leq \tau$, l'andamento che i coefficienti di consumo debbono avere affinché ci sia sempre equilibrio settoriale e piena occupazione della forza-lavoro disponibile, è quello che è stato determinato nel precedente § 3 sotto le stesse ipotesi che sono state effettuate anche ora. Ad es., l'andamento del coefficiente di consumo del secondo bene era stato determinato, risolvendo l'equazione differenziale (1.3.8), ed ottenendo la soluzione (1.3.11) che rimane valida anche adesso e che quindi riscriviamo:

$$(1.3.11) \quad a_{2n}(t) = \left[a_{2n}(0) - \frac{1}{\delta} \right] e^{-\frac{\delta}{\gamma} t} + \frac{1}{\delta} \quad \text{per } 0 \leq t \leq \tau$$

ricordando che i parametri δ e γ hanno i valori dati rispettivamente dalle (1.3.9) e (1.3.10) del § 3.

Al tempo $t = \tau$, a causa del cambiamento di α_{n2} che è stato ipotizzato, la condizione di piena occupazione si modifica e diventa:

$$(1.5.2) \quad \rho a_{n1} a_{1n}(t) + a_{n2} a_{2n}(t) + \alpha_{n1} [\dot{a}_{1n}(t) + \varepsilon a_{1n}(t)] + \\ + \sigma \alpha_{n2} [\dot{a}_{2n}(t) + \varepsilon a_{2n}(t)] = 1 \quad \text{per } t \geq \tau$$

Utilizzando ora la (1.5.1) ed effettuando alcuni passaggi, la (1.5.2) può essere scritta nel modo seguente:

$$(1.5.3) \quad \dot{a}_{2n}(t) + \frac{\nu}{\mu} a_{2n}(t) = \frac{1}{\mu} \quad \text{per } t \geq \tau > 0$$

dove:

$$(1.5.4) \quad \mu = \alpha_{n1} \beta + \sigma \alpha_{n2}$$

$$(1.5.5) \quad \nu = \rho a_{n1} \beta + a_{n2} + \varepsilon \beta \alpha_{n1} + \sigma \varepsilon \alpha_{n2}$$

L'equazione (1.5.3) è una equazione differenziale, lineare, del primo ordine a coefficienti costanti. Risolvendola possiamo deter-

minare l'andamento di $a_{2n}(t)$ da $t = \tau$ in avanti, una volta che sia conosciuto il valore di $a_{2n}(\tau)$. Questo andamento è dato da:

$$(1.5.6) \quad a_{2n}(t) = \left[a_{2n}(\tau) - \frac{1}{v} \right] e^{-\frac{v}{\mu}(t-\tau)} + \frac{1}{v} \quad \text{per } t \geq \tau > 0$$

Il valore di $a_{2n}(\tau)$ può essere calcolato dall'equazione (1.3.11) ponendo $t = \tau$. Questo perché fino al tempo $t = \tau$, l'andamento di $a_{2n}(t)$ è descritto proprio da tale equazione.

Concludendo, possiamo dire che l'andamento del coefficiente di consumo del secondo bene: $a_{2n}(t)$ è determinato dall'equazione (1.3.11) nell'intervallo: $0 \leq t \leq \tau$, e dall'equazione (1.5.6) da $t = \tau$ in avanti. Ora, osservando che: $\frac{1}{v} > \frac{1}{\delta}$ (paragonando la relazione [1.3.9] del § 3 con la [1.5.5] di questo §) possiamo tracciare l'andamento di $a_{2n}(t)$ nel diagramma che segue:

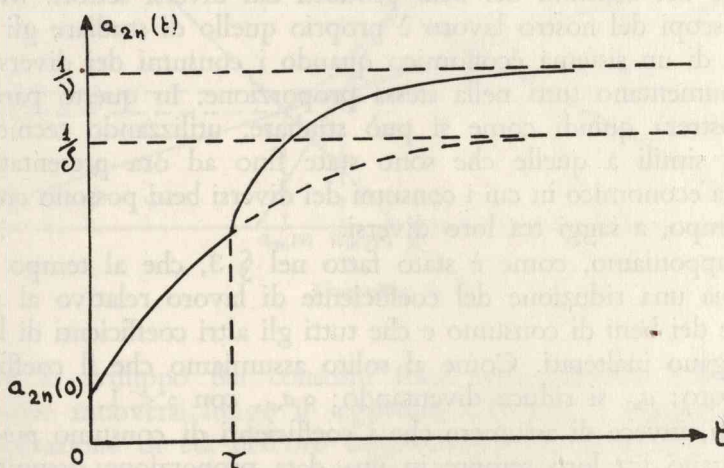


Diagramma 4.

Come si vede dal diagramma, durante il periodo $0 \leq t \leq \tau$ il valore di $a_{2n}(t)$ aumenta portandosi verso il suo valore limite dato da $\frac{1}{\delta}$. Dal tempo $t = \tau$ in avanti, l'andamento di $a_{2n}(t)$ si sposta verso l'alto come conseguenza del fatto che il progresso tecnico ha innalzato al livello $\frac{1}{v}$ il limite a cui $a_{2n}(t)$ deve tendere se si vuole che l'economia continui a crescere in condizioni di piena occupazione. Questo è ovvio dal mo-

mento che, a seguito del progresso tecnico, ogni lavoratore è in grado di produrre, mediamente, una maggior quantità dei beni che vengono richiesti nel sistema.

Dovrebbe essere chiaro che se si ipotizzassero altre modificazioni nei coefficienti di lavoro dopo il tempo $t = \tau$, non capiterebbe niente di completamente diverso da quello che è stato fino ad ora supposto. Infatti, in ogni momento di tempo, l'andamento di $a_{2n}(t)$, e quindi per la (1.5.1) anche quello di $a_{1n}(t)$, sarebbe descritto da una equazione dello stesso tipo della (1.3.11), oppure della (1.5.6), differenziandosi da queste soltanto per i valori dei coefficienti.

6. *Sviluppo in equilibrio ed in piena occupazione quando la struttura dei consumi si modifica nel tempo.*

Fino ad ora abbiamo sempre ipotizzato uno sviluppo proporzionale dei consumi dei beni prodotti dai diversi settori. Ma uno degli scopi del nostro lavoro è proprio quello di studiare gli andamenti di un sistema economico quando i consumi dei diversi beni non aumentano tutti nella stessa proporzione. In questo paragrafo si mostrerà quindi come si può studiare, utilizzando tecniche di analisi simili a quelle che sono state fino ad ora presentate, un sistema economico in cui i consumi dei diversi beni possono crescere, nel tempo, a saggi tra loro diversi.

Supponiamo, come è stato fatto nel § 3, che al tempo $t = 0$ si abbia una riduzione del coefficiente di lavoro relativo al primo settore dei beni di consumo e che tutti gli altri coefficienti di lavoro rimangano inalterati. Come al solito assumiamo che il coefficiente di lavoro: a_{n1} si riduca diventando: ρa_{n1} , con $\rho < 1$.

Ma, invece di assumere che i coefficienti di consumo *pro-capite* rimangano tra loro sempre in una data proporzione, assumeremo che questa proporzione si modifichi in modo noto²². In altri termini, si assume che i consumatori possano decidere di aumentare il consumo di un bene in misura superiore a quello dell'altro.

Sembra utile, anche a questo proposito, sviluppare innanzitutto un'analisi di *dinamica comparata* utilizzando un diagramma simile a quello utilizzato nel § 3. Nel diagramma n. 5, sia $A'B$ il segmento lungo il quale giacciono i punti che rappresentano i livelli dei coefficienti di consumo di tutte le età dell'oro possibili alle con-

22. Si veda il precedente § 2.

dizioni tecniche che si avevano prima del tempo $t=0$. Il punto C che giace su tale segmento e che ha per coordinate: $a_{1n}(0)$ e $a_{2n}(0)$, cioè i coefficienti di consumo al tempo $t=0$, rappresenta la particolare età dell'oro in cui l'economia si trovava a tale data.

Allo stesso modo, il segmento AB descrive tutte le età dell'oro che l'economia può raggiungere dopo la modificazione nelle condizioni tecniche che si è verificata al tempo $t=0$.

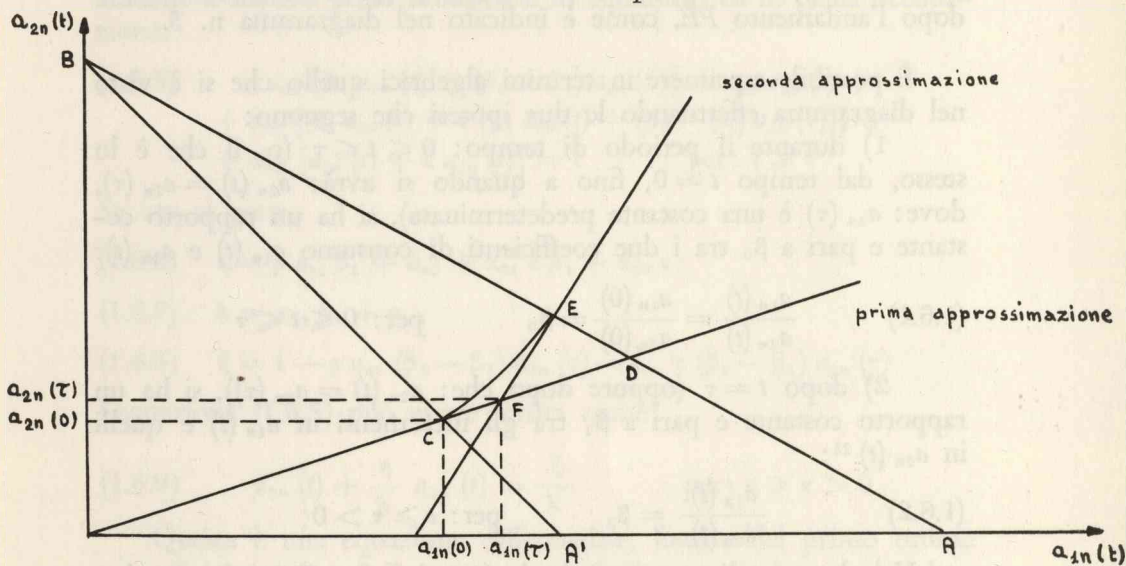


Diagramma 5.

Se lo sviluppo dei consumi fosse proporzionale, l'economia dovrebbe muoversi lungo il segmento CD fino a raggiungere la configurazione di età dell'oro rappresentata dal punto D . Questo è ciò che abbiamo visto nel § 3. Ora invece, sotto la nuova ipotesi che è stata effettuata, l'andamento dell'economia non avviene più lungo un segmento rettilineo, ma avviene lungo una curva, ad es., lungo la curva CE tracciata nel diagramma (in questo caso i consumatori intendono aumentare il consumo del secondo bene in misura percentualmente superiore a quello del primo).

Ora, abbiamo già preannunciato che il nostro metodo di analisi consiste nell'approssimare la curva CE per mezzo di segmenti rettilinei. Per semplicità approssimeremo CE per mezzo di due segmenti soltanto e cioè: CF ed FE . Questi segmenti possono, ad es., essere definiti in modo che essi passino rispettivamente per C e per E

e siano ivi tangenti alla curva CE . Naturalmente il metodo che ora utilizzeremo può essere usato per approssimare la curva CE per mezzo di un numero qualunque di segmenti rettilinei. Tanto maggiore sarà questo numero tanto meno rilevante sarà l'approssimazione.

Per l'ipotesi ora effettuata si supporrà quindi che l'economia, invece di avere l'andamento CE , abbia prima l'andamento CF e dopo l'andamento FE , come è indicato nel diagramma n. 5.

È possibile esprimere in termini algebrici quello che si è visto nel diagramma effettuando le due ipotesi che seguono:

1) durante il periodo di tempo: $0 \leq t \leq \tau$ (o, il che è lo stesso, dal tempo $t = 0$, fino a quando si avrà: $a_{2n}(t) = a_{2n}(\tau)$, dove: $a_{2n}(\tau)$ è una costante predeterminata), si ha un rapporto costante e pari a β_0 tra i due coefficienti di consumo $a_{1n}(t)$ e $a_{2n}(t)$:

$$(1.6.1) \quad \frac{a_{1n}(t)}{a_{2n}(t)} = \frac{a_{1n}(0)}{a_{2n}(0)} = \beta_0 \quad \text{per: } 0 \leq t \leq \tau$$

2) dopo $t = \tau$ (oppure dopo che: $a_{2n}(t) = a_{2n}(\tau)$), si ha un rapporto costante e pari a β_1 tra gli incrementi in $a_{1n}(t)$ e quelli in $a_{2n}(t)$ ²³:

$$(1.6.2) \quad \frac{\dot{a}_{1n}(t)}{\dot{a}_{2n}(t)} = \beta_1 \quad \text{per: } t \geq \tau > 0$$

Vale la pena di osservare che le (1.6.1) e (1.6.2) implicano che:

$$(1.6.3) \quad a_{1n}(t) = \beta_1 a_{2n}(t) + (\beta_0 - \beta_1) a_{2n}(\tau) \quad \text{per: } t \geq \tau$$

Procedendo ora all'*analisi dinamica*, cioè allo studio di come l'economia si porta dal punto C al punto E del diagramma n. 5, si può notare che durante tutto il periodo $0 \leq t \leq \tau$, l'economia, per mantenere l'equilibrio di piena occupazione, deve seguire l'andamento che è stato ricavato nel § 3 e che è descritto dall'equazione (1.3.11) che riportiamo:

$$(1.6.4) \quad a_{2n}(t) = \left[a_{2n}(0) - \frac{1}{\delta} \right] e^{-\frac{\delta}{\gamma} t} + \frac{1}{\delta} \quad \text{per: } 0 \leq t \leq \tau$$

I valori di δ e γ sono dati rispettivamente dalle relazioni (1.3.9) e (1.3.10) del § 3, avendo cura di sostituire tutti i β con β_0 .

23. Si noti che, siccome: $\frac{\dot{a}_{1n}(t)}{\dot{a}_{2n}(t)} = \frac{d a_{1n}(t)}{d a_{2n}(t)}$, $1/\beta_1$ rappresenta l'inclinazione del segmento FE .

Dal tempo $t = \tau$ in avanti, la struttura del consumo viene, per ipotesi, a modificarsi. Per questo motivo, deve modificarsi anche la condizione di piena occupazione. La nuova condizione può essere ricavata dall'equazione (1.3.6) del § 3, utilizzando le equazioni (1.6.2) e (1.6.3). Se si effettuano le opportune sostituzioni, si può alla fine ottenere la nota relazione che deve sussistere tra i vari coefficienti affinché il sistema possa svilupparsi in equilibrio ed in piena occupazione:

$$(1.6.5) \quad \rho a_{n1} [\beta_1 a_{2n}(t) + (\beta_0 - \beta_1) a_{2n}(\tau)] + a_{n2} a_{2n}(t) + \\ + \alpha_{n1} \{ \beta_1 \dot{a}_{2n}(t) + \varepsilon [\beta_1 a_{2n}(t) + (\beta_0 - \beta_1) a_{2n}(\tau)] \} + \\ + \alpha_{n2} [\dot{a}_{2n}(t) + \varepsilon a_{2n}(t)] = 1 \quad \text{per: } t \geq \tau$$

Se ora si pone:

$$(1.6.6) \quad \eta = \rho a_{n1} \beta_1 + a_{n2} + \alpha_{n1} \varepsilon \beta_1 + \alpha_{n2} \varepsilon$$

$$(1.6.7) \quad \lambda = \alpha_{n1} \beta_1 + \alpha_{n2}$$

$$(1.6.8) \quad \xi = 1 - \rho a_{n1} (\beta_0 - \beta_1) a_{2n}(\tau) - \alpha_{n1} \varepsilon (\beta_0 - \beta_1) a_{2n}(\tau)$$

l'equazione (1.6.5) può essere scritta come:

$$(1.6.9) \quad \dot{a}_{2n}(t) + \frac{\eta}{\lambda} a_{2n}(t) = \frac{\xi}{\lambda} \quad \text{per: } t \geq \tau > 0$$

Questa è una equazione differenziale, lineare del primo ordine a coefficienti costanti. Essa può essere facilmente risolta, per un dato valore di $a_{2n}(\tau)$, per ottenere l'andamento del secondo coefficiente di consumo:

$$(1.6.10) \quad a_{2n}(t) = \left[a_{2n}(\tau) - \frac{\xi}{\eta} \right] e^{-\frac{\eta}{\lambda}(t-\tau)} + \frac{\xi}{\eta} \quad \text{per: } t \geq \tau > 0$$

Il valore di $a_{2n}(\tau)$ è determinato dall'equazione (1.6.4) ponendo $t = \tau$, perché tale equazione determina l'andamento temporale di $a_{2n}(t)$ fino a $t = \tau$.

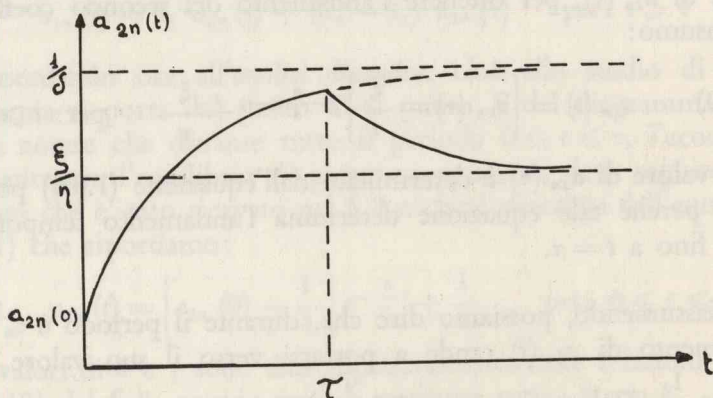
Riassumendo, possiamo dire che, durante il periodo $0 \leq t \leq \tau$, l'andamento di $a_{2n}(t)$ tende a portarsi verso il suo valore limite dato da $\frac{1}{\delta}$. Dal tempo $t = \tau$ in avanti invece, $a_{2n}(t)$ tende a portarsi ad un altro valore limite: $\frac{\xi}{\eta}$, cioè al valore che il coefficiente di consumo del secondo bene deve avere nell'età dell'oro possibile

alle nuove tecniche produttive, data la nuova struttura dei consumi *pro-capite*. Il nuovo valore limite a cui l'economia tende dopo la variazione nella struttura dei consumi, può essere superiore o inferiore al precedente a seconda che i consumatori intendano aumentare il consumo del secondo bene in misura maggiore o minore (in termini percentuali) rispetto a quello del primo bene. Ad es. si può facilmente dimostrare che: $\xi/\eta > 1/\delta$, se i consumatori intendono aumentare il consumo del secondo bene in misura percentualmente superiore a quello del primo (cioè se: $\beta_1 < \beta_0$) e che invece: $\xi/\eta < 1/\delta$, nel caso contrario (cioè quando: $\beta_1 > \beta_0$).

Nel diagramma 6 a), a p. seg., è tracciato (a tratto intero) un andamento tipico di $a_{2n}(t)$ nel caso in cui $a_{2n}(t)$ cresca percentualmente meno di $a_{1n}(t)$; nel diagramma 6 b), è illustrato il caso contrario²⁴.

Gli andamenti di $a_{2n}(t)$ riportati nei diagrammi possono essere calcolati dalle equazioni (1.6.4) e (1.6.10). Utilizzando queste due equazioni e le (1.6.1) e (1.6.3), è facilmente determinabile l'andamento corrispondente dei consumi *pro-capite* del primo bene [cioè l'andamento di $a_{1n}(t)$].

24. Il metodo descritto può essere utilizzato anche per descrivere gli andamenti dei consumi nei settori che producono beni *inferiori*, cioè beni il cui consumo addirittura diminuisce quando il reddito (e quindi il livello dei consumi dei diversi settori) aumenta oltre un certo livello. In tale caso la situazione potrebbe essere rappresentata nel diagramma che segue:



che possiamo considerare un sottocaso di quello rappresentato nel diagramma 6 a) in quanto si ha evidentemente $\frac{\xi}{\eta} < \frac{1}{\delta}$. Però, in questo contesto, possono sorgere alcune difficoltà che saranno esaminate nel prossimo §.

Come conclusione dell'analisi svolta in questo paragrafo ci preme sottolineare che, anche se la struttura dei consumi viene a modificarsi nel tempo, l'andamento che i coefficienti di consumo debbono

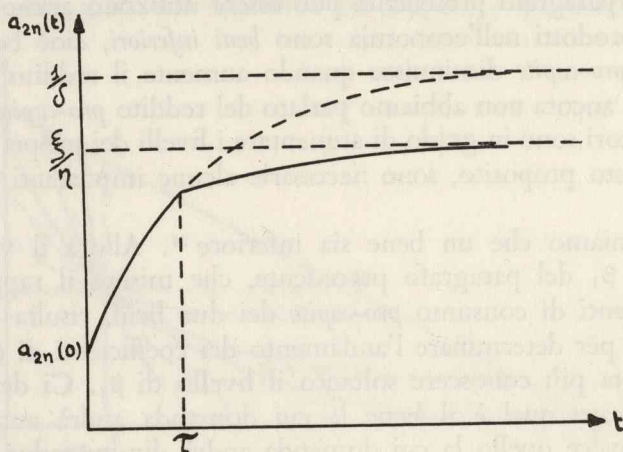


Diagramma 6 a.

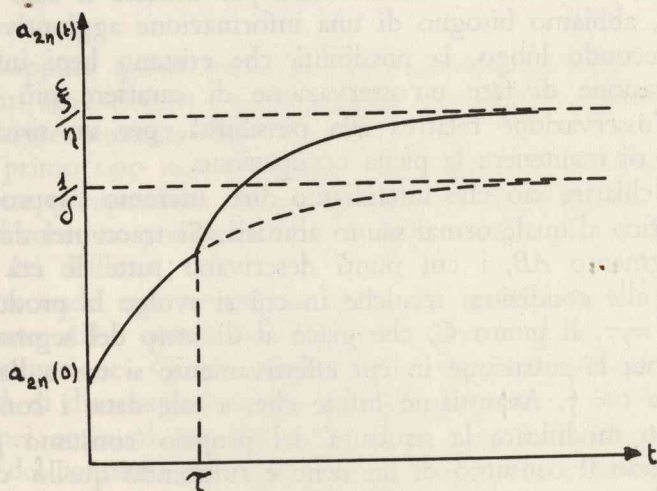


Diagramma 6 b.

avere affinché il sistema possa crescere in equilibrio ed in piena occupazione, è sempre descritto da una equazione del tipo della (1.6.10). Ipotesi diverse sulle variazioni dei coefficienti tecnici o sul tipo e le intensità delle modifiche nella struttura dei consumi, produrranno i loro effetti soltanto sui valori dei parametri della (1.6.10) ma non avranno l'effetto di modificare il tipo di funzione.

7. Il caso dei beni la cui domanda diminuisce nel tempo.

Come è stato preannunciato nella nota 24, il procedimento descritto nel paragrafo precedente può essere utilizzato anche se alcuni dei beni prodotti nell'economia sono *beni inferiori*, cioè beni la cui domanda *pro-capite* diminuisce quando aumenta il reddito *pro-capite* o, siccome ancora non abbiamo parlato del reddito *pro-capite*, quando i consumatori sono in grado di aumentare i livelli dei propri consumi. Ma, a questo proposito, sono necessarie alcune importanti qualificazioni.

Supponiamo che un bene sia inferiore²⁵. Allora il valore del parametro β_1 del paragrafo precedente, che misura il rapporto tra gli incrementi di consumo *pro-capite* dei due beni, risulta negativo. Ma allora, per determinare l'andamento dei coefficienti di consumo, non ci basta più conoscere soltanto il livello di β_1 . Ci deve anche essere indicato qual è il bene la cui domanda andrà aumentando e qual è invece quello la cui domanda andrà diminuendo. È quindi necessario innanzitutto osservare che, per trattare il caso dei beni inferiori, abbiamo bisogno di una informazione aggiuntiva.

In secondo luogo, la possibilità che esistano beni inferiori ci dà l'occasione di fare un'osservazione di carattere più generale, cioè un'osservazione relativa alla possibilità, per un sistema economico, di mantenere la piena occupazione.

Per chiarire ciò che intendiamo dire, useremo l'approccio diagrammatico al quale ormai siamo abituati. Si tracci nel diagramma 7, il segmento AB , i cui punti descrivano tutte le età dell'oro possibili alle condizioni tecniche in cui si svolge la produzione al tempo $t = \tau$. Il punto C , che giace al di sotto del segmento AB , rappresenta la situazione in cui effettivamente si trova l'economia al tempo $t = \tau$. Assumiamo infine che, a tale data, i consumatori intendano modificare la struttura del proprio consumo *pro-capite* aumentando il consumo di un bene e riducendo quello dell'altro. Quindi la curva che descrive l'andamento delle domande *pro-capite* dei due beni giacerà all'interno della regione DCE oppure della regione FCG a seconda che la domanda *pro-capite* che dovrà ridursi sia quella del primo o del secondo bene.

25. In un modello con due settori di beni di consumo, entrambi i beni non possono essere inferiori perché altrimenti, come vedremo, la piena occupazione non può essere mantenuta.

Sono quindi possibili due casi:

1) o la curva dei consumi *pro-capite* ha un andamento del tipo di quelli tracciati con la linea intera, cioè raggiunge alla fine un punto che giace sui segmenti BE oppure GA , estremi inclusi;

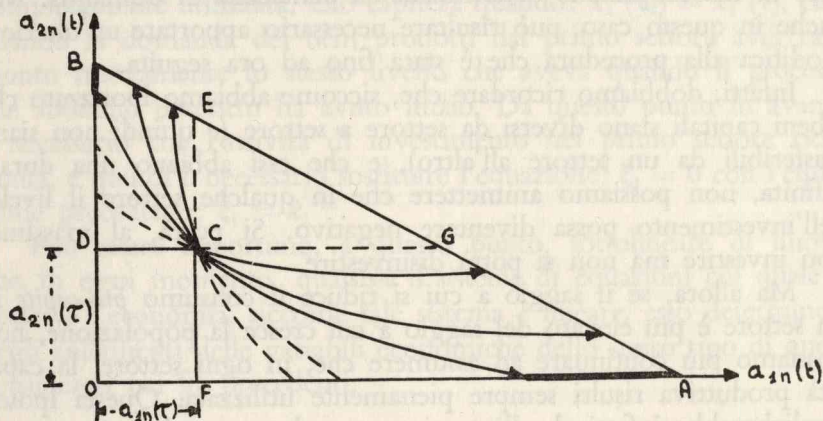


Diagramma 7.

2) oppure questa curva ha un andamento del tipo di quelli tratteggiati, cioè termina a qualche punto dei segmenti DB oppure FA senza ulteriori aumenti verso B o A .

Nel primo caso non c'è niente che impedisca il mantenimento della piena occupazione, dal momento che, muovendoci lungo la curva del consumo *pro-capite*, ci si avvicina sempre più ad una situazione di età dell'oro.

Nel secondo caso invece, la curva del consumo non raggiunge il segmento *AB* e quindi nel sistema si viene a creare un margine di disoccupazione. Questa situazione è un caso particolare della possibilità di disoccupazione causata dalla esistenza di livelli di *saturazione* nei consumi *pro-capite*. La stessa cosa si verificherebbe se la curva del consumo *pro-capite* dovesse terminare in qualsiasi punto che giaccia al di sotto del segmento *AB*. Se questa situazione si dovesse verificare, il sistema economico non potrebbe continuare a fornire posti di lavoro a tutta la mano d'opera disponibile perché la domanda globale risulterebbe insufficiente. Questa difficoltà potrebbe essere superata o aumentando la domanda globale, tramite ad es. l'introduzione di nuovi beni, oppure aumentando il numero di lavoratori necessari a produrre un certo volume di beni, tramite ad es., opportune riduzioni nella quantità di lavoro fornito da una

data popolazione. Questi aspetti verranno considerati più compiutamente nei prossimi §§.

Per il momento invece, prescindiamo dalla possibilità di fenomeni di saturazione per cui non teniamo in considerazione il pericolo di disoccupazione determinata da deficienza di domanda. Ma, anche in questo caso, può risultare necessario apportare un'ulteriore modifica alla procedura che è stata fino ad ora seguita.

Infatti, dobbiamo ricordare che, siccome abbiamo ipotizzato che i beni capitali siano diversi da settore a settore (e quindi non siano trasferibili da un settore all'altro), e che essi abbiano una durata infinita, non possiamo ammettere che in qualche settore il livello dell'investimento possa diventare negativo. Si potrà, al massimo, non investire ma non si potrà disinvestire.

Ma allora, se il saggio a cui si riduce il consumo *pro-capite* in un settore è più elevato del saggio a cui cresce la popolazione, non possiamo più continuare ad assumere che, in ogni settore, la capacità produttiva risulti sempre pienamente utilizzata. Questa ipotesi implicherebbe infatti che l'investimento nel settore che stiamo considerando possa diventare negativo. Ne segue che bisogna accettare che, nei settori in cui la domanda si riduce in modo sostenuto, la capacità produttiva possa superare il livello della domanda e si abbia quindi un margine di capacità inutilizzata. Questo significa che, al nostro precedente sistema di equazioni dobbiamo aggiungere le disequaglianze: $\xi_i \geq 0$, $i = 1, 2$, che stabiliscono che gli investimenti non possono in nessun settore diventare negativi.

Perciò se, sulla base delle soluzioni del sistema di equazioni fino ad ora accolto, ad un certo momento: $t = \tau$, si vede che uno dei livelli di investimento, ad es. ξ_1 , dovrebbe avere un valore negativo, bisognerà eliminare l'equazione che fa sì che tale valore sia negativo, e cioè: $\xi_1 = \dot{x}_1$, e sostituire al suo posto l'equazione: $\xi_1 = 0$. Il nuovo sistema di equazioni che così si ottiene, essendo ancora di tipo lineare, determinerà degli andamenti delle variabili economiche dello stesso tipo di quelli fino ad ora descritti.

Ma se la soluzione limite (di età dell'oro) del nostro sistema non comporta che la domanda *pro-capite* del primo bene si sia ridotta a zero, allora inevitabilmente, poiché la popolazione continua ad aumentare, si arriverà ad un certo momento, supponiamo $t = \tau_1$, in cui la domanda totale del primo bene incomincerà a crescere di nuovo. Ma ovviamente, per un certo periodo di tempo, è possibile soddisfare gli incrementi di domanda senza effettuare nuovi investimenti, ma soltanto riducendo il margine di capacità inutilizzata.

Quindi, per qualche tempo dopo $t = \tau_1$, ξ_1 continuerà ad avere valore zero.

Ma, inevitabilmente, si raggiungerà un certo momento: $t = \tau_2$, in cui tutta la capacità produttiva esistente nel primo settore sarà completamente utilizzata. Ciò capiterà quando: $x_1(\tau_2) = x_1(\tau)$, cioè quando la domanda dei beni prodotti dal primo settore avrà raggiunto nuovamente lo stesso livello che aveva quando il processo che abbiamo descritto ha avuto inizio. Da questo punto in avanti, è necessario che l'attività di investimento nel primo settore ricominci, e quindi è necessario sostituire l'equazione: $\xi_1 = 0$ con l'equazione precedente: $\xi_1 = \dot{x}_1$ ²⁶.

Può essere opportuno, a questo punto, sottolineare di nuovo che, in ogni momento, qualsiasi il sistema di equazioni col quale si descrive l'economia, siccome tale sistema è lineare, esso determinerà degli andamenti delle variabili economiche dello stesso tipo di quelli considerati nei §§ precedenti.

8. L'analisi dell'introduzione di nuovi beni.

Fino ad ora abbiamo supposto che gli effetti del progresso tecnico, dal lato della produzione, siano rappresentati soltanto da riduzioni nei coefficienti di *input* dei diversi settori. Dobbiamo ora tener conto che il progresso tecnico può manifestarsi anche attraverso l'introduzione di nuovi beni. Questo aspetto è particolarmente importante se si considera che esiste un limite superiore al di là del quale il consumo di qualsiasi bene non può andare. Tale limite è costituito da quello che abbiamo già indicato col nome di *livello di saturazione* che è dovuto o al fatto che alcuni beni sono inferiori, oppure al fatto che il consumo di un qualsiasi bene non inferiore non aumenta oltre certi limiti perché, come vedremo, viene sostituito dal consumo di qualche bene nuovo. Abbiamo anche visto che, quando questo limite all'espansione dei consumi diventa operante, se il progresso tecnico continua a ridurre i coefficienti di lavoro settoriali, la domanda effettiva è destinata, *coeteris paribus*, a diventare

26. N. Georgescu - Roegen ha illustrato una procedura per trattare il problema del passaggio da un sistema di equazioni all'altro. Cfr. *Relaxation Phenomena in Linear Dynamic Models*, in: *Activity Analysis of Production and Allocation*, curato da T. C. Koopmans, New York, 1951, e ripubblicato in N. GEORGESCU - ROEGEN, *Analytical Economics*, Harvard University Press, Cambridge Mass., 1966, saggio n. 8.

inferiore al livello della produzione potenziale per cui, nel sistema, si verrebbe a determinare un margine di disoccupazione.

Questa tendenza può non diventare operante o perché nel sistema si verifica una diminuzione nella quantità di lavoro offerta da una data popolazione, oppure perché nuovi beni vengono man mano introdotti nel sistema. Questi due fattori, in effetti, rappresentano il motivo più importante che spiega il perché, nelle economie avanzate, non si sono ancora manifestati i segni della stagnazione secolare che alcuni economisti hanno preconizzato ²⁷.

Incominciamo col vedere come sia possibile, nel nostro modello, tener conto dell'introduzione di beni nuovi, mentre la possibilità di riduzioni nella quantità di lavoro fornita da una data popolazione sarà considerata nel prossimo §.

Ai nostri scopi, il concetto di bene nuovo deve essere definito in modo molto ampio. Esso si riferisce non soltanto ad un bene con caratteristiche completamente diverse da quelle dei beni già esistenti, ma comprende anche i beni che differiscono da quelli già esistenti per alcune caratteristiche qualitative di minor rilevanza (ad es. perché differiscono per modello, stile o altro). È appunto sulla base di questa definizione di bene *nuovo* che è più facilmente sostenibile la tesi dell'esistenza di un limite superiore alla domanda di qualsiasi bene *vecchio*.

Per il momento assumeremo che l'introduzione di un bene nuovo non abbia l'effetto di modificare le tecniche di produzione degli altri beni (e quindi i relativi coefficienti di *input*). Ad es., si può pensare che il nuovo bene possa essere soltanto consumato e non possa invece essere utilizzato nella produzione di qualche altro bene né come bene capitale né come bene intermedio. Questa ipotesi può essere facilmente abbandonata ed infatti, verso la fine del secondo capitolo, la abbandoneremo considerando la possibilità che l'introduzione di un nuovo bene modifichi anche i coefficienti di *input* nei settori che producono i vecchi beni. È ovvio che, sotto

27. Tendenze verso la stagnazione sono state previste da Ricardo, Marx ecc. In tempi più recenti, A. H. HANSEN ha ripreso, con motivazioni in parte diverse, questa tematica. Si veda, per es., *Full Recovery or Stagnation?*, New York, 1938; *Fiscal Policy and Business Cycles*, New York, 1941, e molti altri contributi successivi dello stesso autore. Tendenze al ristagno, per le ragioni più diverse, sono previste anche da molti altri autori. Si veda ad es. J. STEINDL, *Maturity and Stagnation in American Capitalism*, Oxford, 1952. Per il periodo a noi più vicino, si veda P. A. BARAN - P. M. SWEEZY, *Il capitale monopolistico*, Torino, 1968.

questa nuova ipotesi, al processo che verrà studiato in questo § (introduzione del nuovo bene) si aggiungerà uno dei processi studiati nei §§ precedenti (variazione dei coefficienti tecnici, nelle diverse ipotesi relative all'andamento dei consumi *pro-capite*).

Consideriamo, per comodità, una economia in cui si producano due soli beni di consumo e in cui, dal tempo: $t=0$ è in atto un processo del tipo di quello descritto nel precedente § 3. In altri termini, al tempo: $t=0$, il progresso tecnico ha avuto l'effetto di ridurre la quantità di lavoro necessaria a produrre una unità del primo bene di consumo e il sistema economico sta portandosi verso la sua nuova configurazione di età dell'oro.

In questa economia, al momento: $t=\tau > 0$, viene introdotto un nuovo bene di consumo cioè, nei termini del modello, viene introdotto un terzo settore dei beni di consumo. In corrispondenza di ciò, sempre al tempo $t=\tau$, viene introdotto anche un nuovo settore dei beni capitali: quello che produce i beni capitali necessari alla produzione del nuovo bene di consumo. Si indichino rispettivamente con: x_3 e ξ_3 , le quantità prodotte del nuovo bene di consumo e del nuovo bene capitale e si indichino con: a_{n3} , α_{n3} , i coefficienti di lavoro di questi nuovi settori.

Quindi, a partire dal tempo $t=\tau$, l'andamento di equilibrio di piena occupazione della nostra economia dovrà essere tale da soddisfare questo nuovo sistema di equazioni:

$$(1.8.1) \quad x_i = a_{in}(t) N_0 e^{et} \quad i = 1, 2, 3$$

$$(1.8.2) \quad \xi_i = \dot{x}_i \quad i = 1, 2, 3$$

$$(1.8.3) \quad \rho a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + a_{n3} x_3 + \alpha_{n1} \xi_1 + \alpha_{n2} \xi_2 + \alpha_{n3} \xi_3 = N_0 e^{et}$$

dove, come già sappiamo, $\rho < 1$ misura la riduzione nel coefficiente di lavoro che si è verificata nel primo settore dei beni di consumo al tempo $t=0$.

Tenendo conto delle (1.8.1) e (1.8.2) ed effettuando qualche semplice passaggio è possibile esprimere l'equazione (1.8.3), cioè la condizione di piena occupazione, come:

$$(1.8.4) \quad \rho a_{n1} a_{1n}(t) + \sum_{j=2}^3 a_{nj} a_{jn}(t) + \sum_{j=1}^3 \alpha_{nj} [\dot{a}_{jn}(t) + \varepsilon a_{jn}(t)] = 1$$

per: $t \geq \tau$

Dobbiamo ora, come al solito, assumere come dato l'andamento del consumo *pro-capite* di ogni bene, compreso quello di nuova

introduzione, rispetto ad ogni altro bene. Questa ipotesi non può essere accolta a cuor leggero. Essa è infatti ancora più irrealistica di quella con la quale assumevamo di conoscere l'andamento del rapporto tra gli incrementi delle domande dei vari beni quando nessun nuovo bene veniva introdotto nel sistema. Più avanti saremo in grado di abbandonare questa ipotesi e di fornire una trattazione più soddisfacente. Per il momento invece, continueremo a supporre di conoscere come varia nel tempo la struttura della domanda *pro-capite* dei beni di consumo.

Usando l'artificio dei §§ precedenti, supponiamo che l'andamento dei rapporti tra gli incrementi dei consumi *pro-capite* dei diversi beni possa essere approssimato, all'interno di un intervallo di tempo sufficientemente piccolo, da alcune costanti²⁸. Quindi scriviamo:

$$(1.8.5) \quad \frac{\dot{a}_{in}(t)}{\dot{a}_{3n}(t)} = \beta_i \quad i = 1, 2 \quad ; \quad t \geq \tau$$

Naturalmente, con la metodologia proposta nel § 6, si può sviluppare l'analisi anche nell'ipotesi che i valori delle costanti β_i possano modificarsi quando si passa da un intervallo di tempo all'altro.

Dalle equazioni (1.8.5), ricordando che per ipotesi: $a_{3n}(\tau) = 0$, e che i valori di $a_{in}(\tau)$ (per: $i = 1, 2$) possono essere calcolati, per il periodo da $t = 0$ a $t = \tau$, dalle soluzioni ottenute nel § 3, si può ottenere l'andamento dei coefficienti di consumo dei vecchi beni in funzione dell'andamento del coefficiente di consumo del bene nuovo:

$$(1.8.6) \quad a_{in}(t) = a_{in}(\tau) + \beta_i a_{3n}(t) \quad i = 1, 2 \quad ; \quad t \geq \tau$$

Ora, sostituendo le (1.8.5) e (1.8.6) nella (1.8.4), si ottiene una equazione differenziale, lineare, del primo ordine, a coefficienti costanti, nella variabile $a_{3n}(t)$. Tale equazione è quella di piena occupazione ed è dello stesso tipo di quelle che sono state incontrate già diverse volte. Essa avrà quindi una soluzione dello stesso tipo di

28. Il caso in cui il consumo *pro-capite* di un bene *i.mo* abbia raggiunto, al tempo $t = \tau$, il suo livello di saturazione, è contemplato dalla possibilità che: $\beta_i = 0$. Non è poi escluso che qualche β_i sia negativo se il nuovo bene prodotto viene a sostituire il consumo di qualche bene precedente. Naturalmente, in quest'ultimo caso, si debbono tener presenti le qualificazioni che sono state ricordate nel § precedente.

quelle trovate allora. La soluzione determina l'andamento del coefficiente di consumo del bene nuovo da $t = \tau$ in avanti ed è data da:

$$(1.8.7) \quad a_{3n}(t) = [a_{3n}(\tau) - \bar{a}_{3n}] e^{-\sigma[t-\tau]} + \bar{a}_{3n} \quad \text{per: } t \geq \tau$$

dove: σ e \bar{a}_{3n} sono costanti che dipendono dai valori dei diversi parametri, dai valori di $a_{1n}(\tau)$, di $a_{2n}(\tau)$, e dove: $a_{3n}(\tau) = 0$. In particolare, \bar{a}_{3n} rappresenta, come al solito, il valore limite verso cui $a_{3n}(t)$ tende, e cioè il valore che questo coefficiente dovrà avere nell'età dell'oro possibile alle condizioni ipotizzate, e dove σ misura la rapidità con cui $a_{3n}(t)$ tende a portarsi al valore: \bar{a}_{3n} .

Naturalmente, dall'equazione (1.8.7) utilizzando le (1.8.6), è facile determinare gli andamenti che debbono registrare gli altri coefficienti di consumo. Anch'essi tenderanno ai loro valori limite con lo stesso tipo di andamento descritto nei §§ precedenti.

9. La possibilità di riduzioni nella quantità di lavoro fornita da una data popolazione.

Vogliamo ora indicare brevemente come, con piccole modifiche al modello fino ad ora presentato, sia possibile tener conto dell'altro fattore che può contribuire a tener lontani i pericoli di stagnazione, e cioè della possibilità che una data popolazione fornisca, al passare del tempo, una quantità di lavoro effettivo inferiore a quello che forniva in precedenza.

Supponiamo, ad es., di sapere che, per ragioni esogene, col passare del tempo, si avrà una riduzione nella quota di popolazione dedicata ad attività lavorative e/o nell'ammontare di lavoro fornito da ciascun lavoratore (perché si riduce il numero delle giornate lavorative e/o la loro durata). Supponiamo quindi noto l'andamento nel tempo del rapporto tra popolazione dedicata ad attività lavorative e popolazione totale. Indichiamo con $\varphi(t)$ questo andamento. Supponiamo anche di conoscere l'andamento temporale del rapporto tra il tempo che ciascun lavoratore dedica ad attività lavorative ed il totale del tempo disponibile. Indichiamo con $\psi(t)$ questo andamento. Allora, possiamo tener conto della possibilità che si abbia una riduzione del lavoro effettivamente prestato da una data popolazione modificando la formulazione della condizione di piena occupazione che fino ad ora è stata accolta. Infatti, una volta che si siano ridefiniti i coefficienti di *input* di lavoro nei diversi settori in modo opportuno, basta eguagliare la somma delle quantità di lavoro necessarie nei diversi settori a $\varphi(t) \psi(t)$ volte il

livello della popolazione al tempo t ²⁹. Il prodotto $\varphi(t) \psi(t)$ indica infatti come viene a variare nel tempo la quantità di lavoro che viene mediamente fornita da una unità di popolazione.

Un altro modo di tener conto di queste possibili riduzioni nel lavoro effettivamente prestato da una data popolazione, è quello di considerare il *tempo libero* come uno dei beni prodotti nell'economia. Questo bene non richiede alcun bene, capitale o intermedio, per essere prodotto ma richiede soltanto quantità di lavoro che non possono essere destinate ad altre produzioni.

Possiamo allora trattare la domanda *pro-capite* di tempo libero esattamente nello stesso modo con cui si è trattata la domanda *pro-capite* di ogni altro bene³⁰, cioè assumendo dati i rapporti tra gli incrementi nella domanda di tempo libero e quelli nella domanda di ogni altro bene.

Il nostro modello è quindi perfettamente in grado di tener conto di eventuali riduzioni nella quantità di lavoro effettuata da una data popolazione.

10. *Progresso tecnico indotto dalla crescita della produzione.*

Fino ad ora, il progresso tecnico è stato considerato completamente esogeno. A certi determinati momenti di tempo esso aveva l'effetto di ridurre i coefficienti di lavoro dei diversi settori (lasciando ora nuovamente da parte il fenomeno dell'introduzione di nuovi beni di cui si è già detto). È ora giunto il momento di abbandonare questa ipotesi e di considerare invece che, almeno in parte, il progresso tecnico è influenzato dagli andamenti del sistema economico.

Innanzitutto, da più parti si afferma, e con sempre maggior frequenza, che i nuovi ritrovati tecnici (*invenzioni*, per brevità) avvengono molto più frequentemente nei settori a rapida crescita che in quelli relativamente stagnanti. I fattori che possono spiegare questo fatto sono molteplici³¹. In primo luogo, si può notare

29. Questo è il modo con cui il problema di cui ora ci occupiamo è trattato da L. L. PASINETTI, *A New Theoretical Approach* cit., pp. 613-614 e p. 653.

30. Si veda ad es. L. WALRAS, *Elements of Pure Economics, or the Theory of Social Wealth*, edizione a cura di W. Jaffé, sulla edizione francese del 1926, Londra, 1954, lezz. 17-18 e *passim*.

31. Qualche evidenza empirica relativa alle osservazioni che faremo si può trovare in J. SCHMOOKLER, *Inventions and Economic Growth*, Harvard University Press, Cambridge Mass., 1966, e in R. R. NELSON, *The Economics of*

che, per le ragioni più diverse, la mano d'opera con qualificazione tecnica molto elevata è occupata in misura molto maggiore nei settori che si sviluppano rapidamente rispetto a quelli che si sviluppano con lentezza e ciò naturalmente aumenta la possibilità di invenzioni nei primi settori nei confronti delle possibilità di invenzioni nei secondi.

In secondo luogo, si può osservare che, nelle economie moderne, parte considerevole delle invenzioni tecniche è il risultato di attività di ricerca promosse e finanziate nell'ambito delle imprese. Ne segue che le invenzioni che possono risultare da questo tipo di attività sono fortemente motivate dalle prospettive di profitto che sono visualizzate dagli imprenditori. Ora, è abbastanza comprensibile che le prospettive di profitto in un certo settore siano, agli occhi degli imprenditori, determinate, in larga misura, dall'andamento della domanda che si è rivolta a tale settore nel recente passato. Per questa ragione il numero di invenzioni che interessano un certo settore tende, *coeteris paribus*, ad essere positivamente correlato con l'andamento della domanda settoriale, aumentando in risposta ad un aumento di tale domanda. Considerazioni di questo genere possono, ad es., essere invocate per spiegare perché si è avuto un progresso tecnico molto rapido nel settore dei trasporti stradali ed uno molto meno rapido in quello dei trasporti ferroviari.

Si può inoltre osservare che ciò che è vero per le attività di ricerca effettuate nei laboratori delle varie imprese, può essere vero, sia pure in minor misura, anche per le ricerche svolte da ricercatori indipendenti. Esiste infatti una qualche evidenza empirica che suggerisce che anche le attività dei ricercatori indipendenti sono fortemente motivate dalle prospettive di crescita della domanda le quali, a loro volta, sono positivamente correlate con la crescita passata.

Si può ancora aggiungere che, siccome le attività di ricerca comportano spesso rischi notevoli, le imprese tendono a finanziare queste attività quasi esclusivamente con profitti non distribuiti. Può quindi capitare che, *coeteris paribus*, ed in particolare a parità di poteri monopolistici goduti dalle imprese dei diversi settori, i settori a più rapida crescita siano proprio quelli che godono di

Inventions, A Survey of the Literature, « The Journal of Business », aprile 1959. Non è però certo che questi autori approverebbero completamente la nostra utilizzazione delle loro idee e dei dati che essi forniscono.

profitti più elevati e siano quindi più disposti a finanziare attività di ricerca. Per di più, sia allo scopo di massimizzare i vantaggi connessi alla ricerca e di minimizzarne i rischi, sia anche per la struttura e il tipo di organizzazione dei laboratori in cui la ricerca è condotta nell'ambito delle imprese, sembra probabile, ed esiste una qualche evidenza in tal senso, che le singole imprese cerchino di orientare il più possibile la ricerca verso invenzioni che siano direttamente utilizzabili nei settori in cui già esse operano e di cui hanno quindi una conoscenza più ampia e diretta, piuttosto che verso invenzioni che potrebbero essere utilizzate dalle singole imprese soltanto intraprendendo delle attività produttive diverse da quelle per esse tradizionali. L'alternativa di vendere ad altre imprese il brevetto relativo alle proprie invenzioni può infatti essere valutata, a ragione o a torto, meno favorevole di quella di sfruttare le invenzioni in proprio.

I settori a più rapida crescita si trovano quindi, nei confronti dei settori relativamente stagnanti, avvantaggiati per quanto riguarda la probabilità che nuovi ritrovati tecnici vengano ad essere inventati. Ma si può anche sostenere, ed anzi è sostenuto con sempre maggior frequenza, che anche le applicazioni dei nuovi ritrovati tecnici alle attività di produzione (*innovazioni*, per brevità) sono più rapide nei settori in cui la domanda aumenta in modo sostenuto che in quelli in cui la domanda aumenta lentamente.

Infatti, la scoperta di un nuovo ritrovato tecnico è una cosa, la sua applicazione per attività produttive è un'altra. Prima che l'invenzione possa essere completamente utilizzata a scopo produttivo, essa deve essere perfezionata e sperimentata. Ciò normalmente richiede spese superiori, anche di molto, a quelle sostenute per l'attività di ricerca che ha portato all'invenzione. Naturalmente, è probabile che tali spese siano più facilmente e rapidamente sostenute nei settori che si ritiene abbiano elevate prospettive di profitto (cioè quelli la cui domanda cresce rapidamente) che negli altri.

Inoltre, l'introduzione di un nuovo processo produttivo, di una macchina nuova oppure di un nuovo congegno da applicare a qualche macchina preesistente, richiede normalmente una certa spesa per investimenti e, al contrario, ogni spesa per investimenti rappresenta l'occasione prossima per introdurre i nuovi processi produttivi, le nuove macchine ecc. Ne segue allora che l'entità dell'investimento (lordo) determina la rapidità con cui una nuova tecnica di produzione viene ad essere introdotta. È ovvio come questo fatto tenda a far sì che si abbia, a livello dei singoli settori, una corre-

lazione positiva tra il saggio di crescita della produzione e quella della produttività del lavoro³².

Nella stessa linea di pensiero, è stato sostenuto³³ che i settori a più rapida crescita della produzione registrano anche una più rapida crescita della produttività del lavoro perché essi, in media tendono ad adottare più rapidamente degli altri settori le più efficienti tecniche produttive che man mano vengono a disposizione. Questa osservazione è ulteriormente rafforzata se si pensa che, abbastanza spesso, le nuove tecniche produttive possono richiedere, per essere applicate, ampliamenti non trascurabili nella scala di produzione. Ora, queste nuove tecniche non saranno, con ogni probabilità, adottate nei settori che esperimentano una domanda stagnante o in debole espansione, mentre saranno più facilmente adottate nei settori la cui domanda aumenta più rapidamente.

Si può inoltre osservare che le possibilità di finanziare gli investimenti, sia con profitti non distribuiti sia ricorrendo al mercato finanziario o creditizio, sono molto maggiori per le imprese che operano nei settori con prospettive di forti aumenti della domanda che negli altri settori. Infatti, da un lato, per le imprese che operano nei settori in più rapida espansione, sarà più facile convincere gli azionisti a rinunciare alla distribuzione di parte dei profitti mettendo in luce le buone prospettive di guadagni in conto capitale³⁴; d'altro lato, tali imprese potranno più facilmente mantenere una equilibrata distribuzione tra capitale proprio e capitale di credito³⁵ ed in tal modo essere avvantaggiate nei confronti del problema del reperimento dei fondi. Ne segue che le imprese che operano nei settori in rapida espansione possono più facilmente essere in grado di portare a compimento tutti i processi di investimento ritenuti convenienti.

Da quanto detto segue che nei settori la cui domanda cresce rapidamente, gli imprenditori sono più stimolati che altrove ad attuare prontamente una innovazione. In termini schumpeteriani³⁶,

32. Cfr. N. KALDOR, *A Model of Economic Growth*, in: *Essays in Economic Stability and Growth*, raccolta di saggi dell'autore, London, 1960 e altri saggi pubblicati dallo stesso autore.

33. Cfr. W. E. G. SALTER, *Productivity and Technical Change*, Cambridge University Press, 1960.

34. Cfr. R. MARRIS, *The Economic Theory of «Managerial» Capitalism*, London, 1964, cap. V.

35. Cfr. M. KALECKI, *Theory of Economic Dynamics*, London, 1954, parte IV.

36. J. A. SCHUMPETER, *The Theory of Economic Development*, Harvard University Press, Cambridge Mass., 1934.

si potrebbe dire che in tali settori, *coeteris paribus*, è più elevata la probabilità che gli imprenditori siano innovatori. Ma, una volta che un'innovazione sia stata introdotta da qualche imprenditore innovatore, gli altri imprenditori che operano nel settore sono fortemente stimolati ad introdurre anch'essi l'innovazione. Infatti, da alcuni studi empirici, risulta che la probabilità che un'impresa introduca una nuova tecnica produttiva è, in ogni settore, una funzione crescente della proporzione di imprese che tale nuova tecnica hanno già introdotto³⁷. Si può quindi affermare che nei settori in rapida espansione, non soltanto le imprese sono più rapide ad innovare, ma esse sono anche più rapide ad imitare le innovazioni introdotte dalle altre imprese operanti nel settore. È anche possibile pensare, a questo proposito, che si possa sviluppare, almeno per un certo tempo, un processo cumulativo che potrebbe svolgersi nel seguente modo: innovazioni più frequenti e più rapidamente attuate dalla gran parte delle imprese del settore, possono stimolare la crescita della domanda settoriale. Questa, a sua volta, rende più favorevoli le prospettive di profitti futuri il che dà un forte stimolo all'attività di investimento e quindi permette l'introduzione di innovazioni a ritmo sempre più accelerato dando così nuovo vigore al processo descritto.

Si può inoltre ricordare che anche la possibilità di beneficiare di economie di scala, aumentando il livello della produzione settoriale, fa sì che si determini, a livello dei singoli settori, una correlazione positiva tra saggio di crescita della produttività del lavoro e quello della produzione. Ma, anche a prescindere da ciò, si può notare che la produttività del lavoro può aumentare in seguito ad un aumento del livello di produzione per i cosiddetti fenomeni di apprendimento (*learning*). Quest'argomentazione è stata inizialmente avanzata da Gilfillan³⁸ che osservava come le innovazioni siano generalmente il risultato dell'assommarsi di un certo numero di miglioramenti, di scarsa rilevanza se presi singolarmente ma molto importanti per la loro numerosità. Questi piccoli miglioramenti vengono ad essere scoperti attraverso l'esperienza quotidiana

37. E. MANSFIELD, *Technical Change and the Rate of Imitation*, «Econometrica», ottobre 1961; ID., *The Process of Technical Change*, in: *Economics of Research and Development*, a cura di R. A. Tybout, Ohio State University Press, 1965, pp. 144-145.

38. S. C. GILFILLAN, *The Sociology of Inventions*, Chicago, 1935.

nell'attività di produzione. Ad una innovazione principale viene così a seguire un numero elevato di innovazioni sussidiarie che sono rese possibili dell'esperienza.

In tempi più recenti, a partire da queste osservazioni, sono apparsi alcuni contributi che sottolineano in misura sempre maggiore l'importanza dei fenomeni di apprendimento resi possibili dall'esperienza³⁹. Non intendiamo dilungarci su questi contributi; ci basta aver sottolineato che quando aumenta il livello di produzione aumentano anche, entro certi limiti, le possibilità di innovazioni rese possibili dall'esperienza.

Sulla base di tutte queste considerazioni, sembra lecito supporre che il saggio di crescita della produttività del lavoro in ciascun settore sia una funzione crescente del saggio di crescita della produzione settoriale, come è stato ipotizzato da Verdoorn già nel 1949⁴⁰. In ciò che segue, supporremo che l'ipotesi di Verdoorn sia formalmente espressa in modo lineare, e cioè per mezzo di un sistema di equazioni dello stesso tipo di quella assunta da Kaldor⁴¹ per la sua *funzione del progresso tecnico*. Esplicitamente, per un modello che

39. Ad es., W. Z. HIRSCH ha raccolto ed elaborato alcuni dati empirici che mostrano come il costo unitario di produzione di un dato prodotto si riduca quando viene ad aumentare il livello cumulato della produzione di tale prodotto; cfr. W. Z. HIRSCH, *Manufacturing Progress Functions*, «The Review of Economics and Statistics», maggio 1952; ID., *Firm Progress Ratios*, «Econometrica», aprile 1956. Più recentemente, l'importanza dell'apprendimento è stata sottolineata da K. J. ARROW, *The Economic Implications of Learning by Doing*, «The Review of Economic Studies», giugno 1962; si veda anche *Comment*, cioè il commento al saggio di Arrow fatto da N. KALDOR nello stesso fascicolo della stessa rivista.

40. P. J. VERDOORN, *Fattori che regolano lo sviluppo della produttività del lavoro*, «L'Industria», 1949, n. 1; ed anche *Complementary and Long-Range Projections*, «Econometrica», ott. 1956, pp. 433-434. Alla cosiddetta «Legge di Verdoorn» è stata attribuita notevole importanza da N. KALDOR nella sua prolusione, all'Università di Cambridge, *Causes of the Slow Rate of Growth of the British Economy*, Cambridge University Press, 1966.

41. N. KALDOR, *A Model of Economic Growth* cit., e molti altri saggi successivi. Relazioni dello stesso tipo di quelle assunte nel testo sono state usate da W. BECKERMAN per predire il saggio di crescita della produttività nei settori industriali britannici dal 1960 al 1975. Cfr.: *The Pattern of Growth of Output, Employment and Productivity, 1960 to 1975*, in: W. BECKERMAN AND ASSOCIATES, *The British Economy in 1975*, Cambridge University Press, 1965, cap. VII.

considera soltanto due beni di consumo e due beni capitali come quello esposto nei §§ precedenti, assumeremo che:

$$(1.10.1) \quad -\frac{\dot{a}_{ni}(t)}{a_{ni}(t)} = n_i + d_i \frac{\dot{x}_i}{x_i} \quad i = 1, 2 ; d_i > 0$$

$$(1.10.2) \quad -\frac{\dot{\alpha}_{ni}(t)}{\alpha_{ni}(t)} = v_i + \delta_i \frac{\dot{\xi}_i}{\xi_i} \quad i = 1, 2 ; \delta_i > 0$$

dove n_i , v_i , d_i e δ_i sono costanti date.

Queste equazioni dicono che il saggio a cui si riduce il fabbisogno di lavoro (cioè il saggio a cui aumenta la produttività del lavoro) in ogni settore è dato dalla somma di due componenti. La prima componente misura la crescita nella produttività che si verificherebbe se il livello della produzione non venisse a variare. Questa componente misura quindi la porzione di progresso tecnico che si verifica per ragioni *esogene*. La seconda componente invece dipende positivamente (in quanto d_i e δ_i sono positivi) dalla crescita della produzione settoriale. Questa componente misura quindi il progresso tecnico che si verifica per ragioni *endogene*.

Ora, integrando le equazioni (1.10.1) e (1.10.2), è facile ottenere l'andamento dei coefficienti di lavoro nei diversi settori:

$$(1.10.3) \quad a_{ni}(t) = A_i e^{-n_i t} x_i^{-d_i} \quad i = 1, 2$$

$$(1.10.4) \quad \alpha_{ni}(t) = B_i e^{-v_i t} \xi_i^{-\delta_i} \quad i = 1, 2$$

dove A_i e B_i sono le usuali costanti di integrazione che dipendono dai valori iniziali dei coefficienti di lavoro e delle produzioni in ciascun settore.

Le equazioni (1.10.3) e (1.10.4) mostrano che i coefficienti di lavoro nei diversi settori non rimangono costanti al passare del tempo. Quindi non è possibile applicare direttamente la metodologia che è stata applicata fino ad ora.

D'altra parte, se si cercasse di trovare la soluzione esplicita all'equazione che stabilisce la consistenza tra domande settoriali e piena occupazione della mano d'opera disponibile sotto le ipotesi espresse dalla (1.10.3) e (1.10.4), si incapperebbe in complicazioni matematiche non indifferenti.

Per uscire da questa situazione di *impasse*, abbiamo pensato di approssimare ciascuna delle equazioni (1.10.3) e (1.10.4), all'interno di un intervallo temporale di dimensione non rilevante, per mezzo di

una costante. In altre parole, assumiamo che sia possibile approssimare queste equazioni per mezzo di una funzione *a gradini*. Con questo artificio, i coefficienti di lavoro cambiano soltanto quando si passa da un intervallo di tempo al successivo e rimangono costanti all'interno di ciascun intervallo. Quindi, possiamo assumere che i valori dei coefficienti settoriali cambino soltanto ai tempi $t = 0, \tau_1, \tau_2, \dots$. Ad es., per i primi due periodi, i valori dei coefficienti di lavoro possono essere quelli riportati nella seguente tabella.

Valori dei coefficienti di lavoro	per il periodo: $0 \leq t < \tau_1$	per il periodo: $\tau_1 \leq t < \tau_2$
$a_{ni}(t)$	a_{ni}^* : dove a_{ni}^* dipende da $x_i(0)$	$\rho_i a_{ni}^*$: dove ρ_i dipende da $x_i(\tau)$
$\alpha_{ni}(t)$	α_{ni}^* : dove α_{ni}^* dipende da $\xi_i(0)$	$\sigma_i \alpha_{ni}^*$: dove σ_i dipende da $\xi_i(\tau)$

In questo modo siamo riusciti a ricondurre il problema nei termini a cui siamo già abituati. Quindi, le soluzioni sono dello stesso tipo di quelle che abbiamo già incontrato. In particolare, le soluzioni saranno del tipo di quelle trovate nei §§ 3 e 5 se si ha sviluppo proporzionale nei consumi settoriali, di quelle trovate nel § 6 se la struttura dei consumi cambia nel tempo e di quelle trovate nel § 8 se qualche nuovo bene viene introdotto nel sistema economico.

È forse opportuno sottolineare ancora una volta che, in ogni caso, le soluzioni sono sempre di uno stesso tipo. Esse descrivono un andamento dei coefficienti di consumo che, all'interno di ogni intervallo di tempo, tende, in maniera esponenziale, verso un valore limite perfettamente determinato dalle ipotesi effettuate.

11. L'introduzione di progresso tecnico « incorporato » in nuovi beni capitali.

Fino ad ora si è assunto che, ad una certa data, il progresso tecnico modifichi la quantità di lavoro diretto o indiretto che è richiesta *mediamente* in un settore per produrre una unità di prodotto. La trattazione effettuata aveva come conseguenza che i lavoratori operanti in un settore avevano tutti la stessa produttività e che i frutti del progresso tecnico riguardavano indiscriminatamente, e nello stesso modo, tutti i lavoratori operanti nel settore. In altri termini, si assumeva che l'aumento della produttività di ogni lavoratore venisse a verificarsi senza che ci fosse bisogno di equipaggiare i lavoratori con beni capitali di tipo diverso da quelli preesistenti.

Molto spesso invece, l'aumento della produttività del lavoro in un settore si verifica proprio perché in tale settore vengono introdotti dei beni capitali di tipo nuovo e tali che permettono ai lavoratori che li utilizzano, e soltanto a quelli, di produrre di più di quanto avrebbero potuto produrre utilizzando i beni capitali del tipo preesistente. Si dice in tale caso che il progresso tecnico è *incorporato* nei beni capitali.

Lo scopo del presente paragrafo è quello di mostrare come sia possibile modificare il modello fino ad ora esposto per tener conto del progresso tecnico incorporato. Ciò può essere effettuato assumendo che, in ogni settore, la produttività media del lavoro, che dipende dalle caratteristiche di tutti i beni capitali utilizzati in un certo momento, possa essere diversa dalla produttività marginale la quale dipende invece soltanto dalle caratteristiche dei nuovi beni capitali che vengono via via introdotti. In altri termini, la produttività marginale del lavoro può essere superiore a quella media perché i nuovi beni capitali introdotti incorporano la tecnica più avanzata che è ora disponibile (*best practice technique*). Tale produttività è più elevata di quella che era possibile ottenere con i beni capitali preesistenti perché questi incorporano la più avanzata tecnica produttiva che era disponibile al momento della loro installazione.

Si indichi con $a_{ni}^*(t)$ il coefficiente di lavoro (diretto e indiretto) necessario per produrre una unità del bene $i.mo$ quando i lavoratori sono equipaggiati con le migliori tecniche produttive esistenti al tempo t . Questo è il coefficiente relativo alla tecnica più avanzata disponibile al tempo t . Si indichi inoltre con $a_{ni}(t)$ il coefficiente di lavoro *mediamente* necessario a produrre una unità del bene $i.mo$ quando i lavoratori utilizzano i beni capitali in dotazione presso il settore $i.mo$ al tempo t .

L'ipotesi dell'incorporamento del progresso tecnico si può esprimere allora come:

$$(1.11.1) \quad a_{ni}^*(t) \leq a_{ni}(t)$$

Naturalmente il coefficiente medio di lavoro al tempo t : $a_{ni}(t)$ sarà dato da una media ponderata tra il coefficiente medio e quello relativo alla tecnica più avanzata che si sono registrati nel periodo precedente. I pesi relativi sono dati rispettivamente dalla quota della capacità produttiva del settore $i.mo$ che è costituita da beni capitali che incorporano tecniche produttive di epoche anteriori (che non hanno quindi beneficiato dell'eventuale progresso tecnico realizzatosi

dopo la loro installazione), e dalla quota complementare di capacità produttiva che è costituita dai beni capitali che incorporano le ultime tecniche produttive disponibili ⁴².

A questo proposito, per rendere il modello un po' meno irrealistico, è opportuno abbandonare l'ipotesi che la durata dei beni capitali sia infinita. È però anche opportuno assumere, per non complicare eccessivamente il modello, che ogni anno si debba sostituire una quota pari a $\frac{1}{T_i}$ della capacità produttiva esistente nel

settore *i.mo*. T_i ha quindi il significato di durata media dei beni capitali ⁴³. L'introduzione di questa nuova componente nella domanda di beni capitali non modifica sostanzialmente la struttura del modello fino ad ora presentato in quanto è sufficiente sostituire l'equazione che poneva l'uguaglianza tra produzione di un bene capitale e domanda per investimenti netti, con una equazione che pone l'uguaglianza tra produzione del bene capitale e investimenti lordi ⁴⁴. La struttura formale del modello rimane però inalterata ⁴⁵.

42. Questo modo di tener conto del progresso tecnico incorporato in nuovi beni capitali è stato suggerito da S. PARRINELLO, *Alcune implicazioni della diffusione del progresso tecnologico in uno schema classico di crescita economica*, in: *La misura del progresso tecnico e l'utilizzo ottimale delle risorse*, libro bianco redatto da un gruppo di studio del CNR diretto dal prof. M. Resta, Roma, 1967.

43. È però opportuno notare che l'ipotesi effettuata nel testo, per essere valida, richiederebbe che i beni capitali installati nei diversi settori produttivi fossero, nel passato, sempre aumentati ad un saggio costante. Altrimenti bisognerebbe supporre che i beni capitali esistenti nel settore *i.mo* e da sostituire al tempo t fossero quelli installati al tempo $t - T_i$ dove T_i rappresenterebbe la durata economica dei beni capitali. Una trattazione di questo genere sarebbe perfettamente possibile nel nostro modello ma risulterebbe piuttosto complicata. Per questo motivo, abbiamo pensato di accettare, come prima approssimazione, l'ipotesi riportata nel testo.

44. Se si indica con ξ_i la produzione del settore *i.mo* dei beni capitali, l'equazione che stabilisce l'uguaglianza tra questa produzione e l'investimento lordo del settore *i.mo* dei beni di consumo viene scritta nel modo seguente:

$$\xi_i = \dot{x}_i + \frac{1}{T_i} x_i$$

45. In particolare, la condizione che stabilisce la piena occupazione risulta:

$$\left(a_{n1} + \alpha_{n1} \frac{1}{T_1}\right) x_1 + \left(a_{n2} + \alpha_{n2} \frac{1}{T_2}\right) x_2 + \alpha_{n1} \dot{x}_1 + \alpha_{n2} \dot{x}_2 = N_0 e^{st}$$

che ha la stessa struttura formale dell'equazione che stabiliva la piena occupazione quando si assumeva che i beni capitali avessero vita infinita.

Sotto l'ipotesi or ora enunciata, la quota di capacità produttiva che incorpora gli effetti del progresso tecnico è costituita da due componenti. La prima componente è data dalla capacità produttiva del periodo precedente che deve essere sostituita durante il periodo attuale, rapportata alla capacità produttiva attuale. Formalizzando il modello in modo *discreto*, questa quota sarebbe rappresentata da:

$\frac{1}{T_i} x_i(t) / [x_i(t) + \Delta x_i(t)]$ dove con: $x_i(t)$ si è indicato, come usuale, il livello della capacità produttiva nel settore *i.mo* al tempo t e con: $\Delta x_i(t)$ l'incremento che questa capacità produttiva registra nel periodo da t a $t+1$. Nella formulazione *continua* del modello, che fino ad ora è stata adottata, l'incremento finito: $\Delta x_i(t)$, viene sostituito dalla derivata: $\dot{x}_i(t)$.

La seconda componente che incorpora il progresso tecnico è data dalla quota di capacità produttiva addizionale creata durante il periodo attuale sul totale della capacità produttiva attuale. Nei termini del modello questa quota è rappresentata da: $\dot{x}_i(t) / [x_i(t) + \dot{x}_i(t)]$.

La quota di capacità produttiva che invece *non incorpora* il progresso tecnico è data dalla frazione complementare alla somma delle due frazioni sopra considerate.

Ora, come è stato sopra detto, il coefficiente di lavoro del settore *i.mo* in un dato momento (tempo $t+1$ nella formulazione discreta), risulta come media ponderata del coefficiente di lavoro relativo alle tecniche più efficienti disponibili nel periodo precedente (tempo t), e del coefficiente medio di lavoro registrato nel periodo precedente. I pesi relativi sono costituiti dalla quota di capacità produttiva che incorpora le migliori tecniche disponibili e dalla quota che invece non le incorpora.

Tenendo conto che, nella formulazione continua del modello, il coefficiente di lavoro del settore *i.mo* al tempo $t+1$, e cioè: $a_{ni}(t+1)$, può essere approssimato da: $a_{ni}(t) + \dot{a}_{ni}(t)$, si può scrivere:

$$(1.11.2) \quad a_{ni}(t) + \dot{a}_{ni}(t) = a_{ni}^*(t) \left[\frac{\dot{x}_i(t) + \frac{1}{T_i} x_i(t)}{x_i(t) + \dot{x}_i(t)} \right] + \\ + a_{ni}(t) \left[\frac{x_i(t) - \frac{1}{T_i} x_i(t)}{x_i(t) + \dot{x}_i(t)} \right]$$

Ora, con semplici passaggi algebrici che riportiamo in nota ⁴⁶, è possibile passare dalla (1.11.2) alla relazione seguente che esprime come, nelle nostre ipotesi, il coefficiente di lavoro viene a modificarsi nel tempo:

$$(1.11.5) \quad \dot{a}_{ni}(t) = \frac{\frac{\dot{a}_{in}(t)}{a_{in}(t)} + \varepsilon + \frac{1}{T_i}}{\frac{\dot{a}_{in}(t)}{a_{in}(t)} + \varepsilon + 1} [a_{ni}^*(t) - a_{ni}(t)]$$

Supponiamo ora, come è sempre stato fatto nelle analisi svolte in precedenza, che fino al tempo: $t=0$ l'economia si trovasse in una situazione di età dell'oro a coefficienti tecnici fissi ⁴⁷. Quindi, per ogni $t < 0$, si aveva:

$$(1.11.6) \quad a_{ni}^*(t) = a_{ni}(t) \quad ; \quad \frac{\dot{a}_{in}(t)}{a_{in}(t)} = 0$$

Supponiamo ora che, al tempo $t=0$, ci sia una innovazione che riduce il coefficiente di lavoro relativo alla miglior tecnica disponibile (a_{ni}^*) al di sotto del valore che esso aveva in precedenza.

46. La (1.11.2) può anche essere scritta come:

$$(1.11.2.bis) \quad a_{ni}(t) + \dot{a}_{ni}(t) = a_{ni}^*(t) \left[\frac{\frac{\dot{x}_i(t)}{x_i(t)} + \frac{1}{T_i}}{1 + \frac{\dot{x}_i(t)}{x_i(t)}} \right] + a_{ni}(t) \left[\frac{1 - \frac{1}{T_i}}{1 + \frac{\dot{x}_i(t)}{x_i(t)}} \right]$$

da cui, portando $a_{ni}(t)$ al secondo membro ed eseguendo alcuni semplici passaggi algebrici, si può ottenere:

$$(1.11.3) \quad \dot{a}_{ni}(t) = \frac{\frac{\dot{x}_i(t)}{x_i(t)} + \frac{1}{T_i}}{\frac{\dot{x}_i(t)}{x_i(t)} + 1} [a_{ni}^*(t) - a_{ni}(t)]$$

Ricordandoci ora che il saggio di crescita della produzione di ogni settore $i.mo$ è dato, nel nostro modello, dalla somma del saggio di crescita del consumo *pro-capite* dei prodotti del settore $i.mo$ e del saggio di crescita della forza-lavoro:

$$(1.11.4) \quad \frac{\dot{x}_i(t)}{x_i(t)} = \frac{\dot{a}_{in}(t)}{a_{in}(t)} + \varepsilon$$

si può alla fine ottenere la (1.11.5) del testo.

47. Questa ipotesi è fatta solo per comodità espositiva e può essere, senza alcuna difficoltà, sostituita da qualunque ipotesi alternativa sulle condizioni iniziali dell'economia al tempo: $t=0$.

Si crea quindi una divergenza tra a_{ni}^* che assume immediatamente il nuovo valore e a_{ni} che invece ha ancora il valore che aveva in precedenza. Quest'ultima affermazione deriva dal fatto che, per ogni $t = \tau_0$, compreso nell'intervallo infinitesimo: $-\delta < \tau_0 \leq 0$, si aveva: $a_{ni}^*(\tau_0) = a_{ni}(\tau_0)$ e quindi, per la (1.11.5), si aveva che: $\dot{a}_{ni}(\tau_0) = 0$.

Ne segue allora che:

$$(1.11.7) \quad a_{ni}(0) = a_{ni}(\tau_0) + \dot{a}_{ni}(\tau_0) = a_{ni}(\tau_0) \quad \text{per: } -\delta < \tau_0 \leq 0$$

Consideriamo ora cosa avviene al tempo $t = \tau_1$, con τ_1 compreso nell'intervallo infinitesimo: $0 < \tau_1 \leq \delta$. Innanzi tutto, il coefficiente di lavoro medio del settore tenderà a ridursi perché si incominciano ad installare beni capitali che incorporano nuovi ritrovati del progresso tecnico. Sorgono però a questo proposito due problemi:

1) per poter utilizzare le tecniche di analisi sviluppate nei §§ precedenti, è necessario approssimare le variazioni del coefficiente di lavoro: a_{ni} che avvengono nel tempo in modo continuo, supponendo invece che tale coefficiente vari solo a certi momenti di tempo e rimanga costante nel periodo che intercorre tra due momenti successivi;

2) in secondo luogo, si deve notare che l'equazione (1.11.5) è in grado di determinare la variazione nel tempo del coefficiente di lavoro: a_{ni} una volta che si conosca il saggio di crescita del consumo *pro-capite* dei prodotti del settore *i.mo*: \dot{a}_{in}/a_{in} . Ma, dalla trattazione dei §§ precedenti, già sappiamo che, proprio in seguito alla variazione di a_{ni} , si avrà una variazione di \dot{a}_{in}/a_{in} , e questa variazione, nel nostro modello, potrebbe essere determinata solo una volta che si conoscano le variazioni di a_{ni} .

Per uscire da questa situazione di *impasse*, in linea con le approssimazioni di cui fino ad ora la nostra trattazione è stata costellata, abbiamo deciso di effettuare le seguenti approssimazioni:

1) il saggio di variazione del coefficiente di consumo *pro-capite*: $\frac{\dot{a}_{in}}{a_{in}}$ è stato approssimato per mezzo di una funzione a gradini. In particolare, per ogni: $t = \tau_1$, tale che: $0 < \tau_1 \leq \delta$, si è assunto che: $\frac{\dot{a}_{in}(\tau_1)}{a_{in}(\tau_1)} = \frac{\dot{a}_{in}(0)}{a_{in}(0)}$; per ogni: $t = \tau_2$, tale che: $\delta < \tau_2 \leq 2\delta$, si è assunto che: $\frac{\dot{a}_{in}(\tau_2)}{a_{in}(\tau_2)} = \frac{\dot{a}_{in}(\delta)}{a_{in}(\delta)}$, e così via;

2) sulla base delle assunzioni di cui al punto 1) si è proceduto a calcolare le variazioni del coefficiente di lavoro ai tempi $t = 0, \delta, 2\delta \dots$. Si è quindi assunto che il coefficiente di lavoro: a_{ni} variï soltanto a tali date e rimanga invece costante nei periodi intermedi.

Più rigorosamente, le ipotesi di cui sopra sono state esplicitate nel modo seguente:

per ogni τ_1 , tale che: $0 < \tau_1 \leq \delta$, si ha: $\frac{\dot{a}_{in}(\tau_1)}{a_{in}(\tau_1)} = \frac{\dot{a}_{in}(0)}{a_{in}(0)} = 0$, perché fino al tempo $t = 0$ l'economia era in una situazione di età dell'oro con coefficienti tecnici costanti. Ricorrendo ora all'equazione (1.11.5), si può determinare la variazione del coefficiente di lavoro al tempo $t = 0$:

$$(1.11.8) \quad \dot{a}_{ni}(0) = \frac{\varepsilon + \frac{1}{T_i}}{\varepsilon + 1} [a_{ni}^*(0) - a_{ni}(0)]$$

dove: $a_{ni}(0)$ è dato dalla (1.11.7). Si assume quindi che per ogni: τ_1 , compreso nell'intervallo infinitesimo: $0 < \tau_1 < \delta$, il coefficiente di lavoro rimanga fissato al livello determinato da:

$$(1.11.9) \quad a_{ni}(\tau_1) = a_{ni}(0) + \dot{a}_{ni}(0) \quad \text{per: } 0 < \tau_1 \leq \delta$$

Ora, inserendo nel modello trattato nelle sezioni precedenti il valore del coefficiente di lavoro così determinato, riusciamo a calcolare l'andamento di tutte le variabili che ci interessano fino al tempo: $t = \delta$. In particolare, riusciamo a determinare il valore di: $\frac{\dot{a}_{in}(\delta)}{a_{in}(\delta)}$ che abbiamo supposto restare valido per ogni τ_2 , compreso nell'intervallo: $\delta < \tau_2 < 2\delta$. Quindi, usando di nuovo l'equazione (1.11.5), possiamo determinare la variazione del coefficiente di lavoro col tempo $t = \delta$:

$$(1.11.10) \quad \dot{a}_{ni}(\delta) = \frac{\frac{\dot{a}_{in}(\delta)}{a_{in}(\delta)} + \varepsilon + \frac{1}{T_i}}{\frac{\dot{a}_{in}(\delta)}{a_{in}(\delta)} + \varepsilon + 1} [a_{ni}^*(\delta) - a_{ni}(\delta)]$$

Possiamo quindi assumere che:

$$(1.11.11) \quad a_{ni}(\tau_2) = a_{ni}(\delta) + \dot{a}_{ni}(\delta) \quad \text{per: } \delta < \tau_2 \leq 2\delta$$

e il processo può essere ripetuto per tutti i periodi successivi.

Naturalmente, le approssimazioni che comporta l'utilizzo della procedura appena esposta, saranno tanto meno accurate quanto più lungo è l'intervallo di tempo che intercorre tra due momenti successivi in cui si assume avvengano le variazioni nei coefficienti di lavoro e nei saggi di crescita dei consumi *pro-capite*.

Cerchiamo ora di chiarire in modo intuitivo il processo che è stato presentato in modo formale. Noi già sappiamo che, per utilizzare lo schema di analisi usato nelle sezioni precedenti, abbiamo bisogno di supporre che i coefficienti di lavoro varino a certi momenti di tempo e rimangano costanti per il periodo che intercorre tra due momenti successivi. Ora, dal momento che l'attività di investimento è trattata dal modello in modo continuo, i coefficienti di lavoro, quando assumiamo che il progresso tecnico sia incorporato, variano anch'essi in modo continuo.

Quindi, rigorosamente parlando, il nostro metodo di analisi non potrebbe essere utilizzato. Per questo motivo si è sopra approssimata la variazione continua del coefficiente di lavoro per mezzo di variazioni che si verificano a certi istanti di tempo. Però, per calcolare l'entità delle variazioni a tali date, è necessario conoscere come varia il consumo *pro-capite* durante il periodo. Per questo motivo si è assunto che sia possibile approssimare la variazione continua del saggio di crescita del consumo supponendo che anche tale saggio vari a certi momenti e che esso rimanga invece costante al livello registrato ad un certo momento, ad es. $t = 0$, per tutto il periodo di tempo fino al momento, ad es. $t = \delta$, in cui tale saggio avrà la variazione che il modello è in grado di determinare.

In tale modo è possibile usare le procedure esposte nei §§ precedenti per cui, anche nel caso di progresso tecnico incorporato, *gli andamenti delle variabili che ci interessano hanno un'espressione formale del tipo di quelle già ricavate.*

12. La soluzione generale del modello (per il sistema delle quantità).

Il modello presentato nei §§ precedenti per determinare l'andamento che le variabili economiche che ci interessano (produzioni, domande e occupazioni settoriali) debbono avere affinché il sistema si sviluppi in equilibrio e in piena occupazione, ha una peculiarità fondamentale. Infatti, nel modello, mentre l'andamento temporale delle variabili economiche rilevanti veniva studiato assumendo che il tempo scorresse in modo continuo, si considerava

invece, anche utilizzando alcuni artifici di tipo matematico, che alcune grandezze che hanno influenza sull'andamento di tali variabili economiche, variassero soltanto a certi momenti di tempo: $t = \tau_1, \tau_2, \tau_3 \dots$, e rimanessero invece costanti per ogni tempo t compreso in un intervallo: $\tau_j \leq t \leq \tau_{j+1}$ ⁴⁸. Le variazioni dei coefficienti tecnici, l'introduzione di nuovi beni e quindi di nuovi coefficienti tecnici, i rapporti tra i saggi di variazione dei consumi *pro-capite* dei diversi beni, sono esempi di grandezze che nel modello sono state assunte soggette a variazioni soltanto in modo discreto.

Sulla base di queste ipotesi, il modello è stato in grado di determinare l'andamento delle variabili economiche che ci interessano. La peculiarità di queste soluzioni che è l'andamento delle variabili economiche, all'interno di ogni intervallo: $\tau_j \leq t \leq \tau_{j+1}$, dove: τ_j e τ_{j+1} sono due momenti successivi in cui si hanno le variazioni sopra ricordate, risulta descritto da un *unico tipo di relazione funzionale*. I coefficienti di questo tipo di relazione funzionale rimangono costanti per ogni t compreso in un intervallo tra due τ_j successivi, ma variano quando si passa da un τ_j a quello successivo.

In particolare, l'andamento del coefficiente di consumo *pro-capite* nel settore *i.mo*: $a_{in}(t)$ è dato, per ogni t tale che: $\tau_j \leq t \leq \tau_{j+1}$, dall'espressione che segue:

$$(1.12.1) \quad a_{in}(t) = [a_{in}(\tau_j) - \bar{a}_{in}(\tau_j)] e^{-\gamma(\tau_j)[t-\tau_j]} + \bar{a}_{in}(\tau_j)$$

dove: $a_{in}(\tau_j)$ è il valore che il coefficiente di consumo ha assunto per $t = \tau_j$, e cioè al momento iniziale dell'intervallo di tempo che ora consideriamo; $\bar{a}_{in}(\tau_j)$ è il valore che tale coefficiente di consumo dovrebbe assumere in una età dell'oro caratterizzata dalle condizioni tecniche e dalle condizioni relative alla struttura dei consumi al tempo: $t = \tau_j$. In altri termini, $\bar{a}_{in}(\tau_j)$ rappresenterebbe il valore che $a_{in}(t)$ tenderebbe ad assumere, in lungo periodo, se

48. Naturalmente, l'ampiezza dei singoli intervalli temporali: $0 | - | \tau_1, \tau_1 | - | \tau_2 \dots \tau_j | - | \tau_{j+1}$ non è costante, o almeno non lo è necessariamente. Tale ampiezza infatti dipende dai particolari momenti di tempo in cui il progresso tecnico viene a variare i coefficienti di lavoro settoriali e dall'entità delle approssimazioni che si è disposti ad accettare. A parità di altre condizioni, tanto minore è l'entità delle approssimazioni accettabili tanto più frequentemente è necessario tener conto delle variazioni che si possono avere nella struttura della domanda dei beni di consumo (cfr. il § 6), tanto più frequentemente si deve tener conto delle variazioni che i coefficienti di lavoro settoriali hanno per ragioni endogene (cfr. i §§ 10-11), ecc.

dopo il tempo $t = \tau_j$, non si avesse nessun'altra variazione nei coefficienti tecnici, nel numero dei beni prodotti e nei rapporti tra i saggi di variazione dei consumi *pro-capite* dei diversi beni⁴⁹. La rapidità con cui $a_{in}(t)$ tende al valore $\bar{a}_{in}(\tau_j)$ è misurata da $\bar{\gamma}(\tau_j)$, un altro parametro che dipende dai valori assunti dai vari parametri che descrivono l'economia al tempo $t = \tau_j$, come si può rilevare analizzando i valori di $\bar{\gamma}(\tau_j)$ calcolati nei §§ precedenti nelle ipotesi ivi considerate.

Per descrivere l'andamento di $a_{in}(t)$ nell'intervallo: $\tau_j \leq t \leq \tau_{j+1}$, la soluzione (1.12.1) richiede la conoscenza della condizione iniziale: $a_{in}(\tau_j)$. Per determinare tale condizione iniziale si può però ricorrere alla soluzione del modello per l'intervallo: $\tau_{j-1} \leq t \leq \tau_j$,

$$(1.12.2) \quad a_{in}(t) = [a_{in}(\tau_{j-1}) - \bar{a}_{in}(\tau_{j-1})] e^{-\bar{\gamma}(\tau_{j-1})[t-\tau_{j-1}]} + \bar{a}_{in}(\tau_{j-1})$$

Questa relazione ci dà, per $t = \tau_j$, il valore di $a_{in}(\tau_j)$, una volta noto il valore di $a_{in}(\tau_{j-1})$. È quindi possibile determinare in modo recursivo l'andamento di $a_{in}(t)$ da $t = 0$ in avanti.

È chiaro che gli andamenti delle altre variabili che ci interessano (ad es. produzione ed occupazione settoriali) sono immediatamente determinabili una volta conosciuto l'andamento di $a_{in}(t)$.

49. Si potrebbe anche dire: se il momento in cui tali variazioni dovrebbero avvenire è indefinitamente posposto; cioè se: $\tau_{j+1} \rightarrow \infty$.

CAPITOLO II.

L'ANDAMENTO DI EQUILIBRIO DEI PREZZI, DEL REDDITO E DEI CONSUMI

1. *Il sistema dei prezzi.*

Fino ad ora siamo stati interessati soltanto alle quantità fisiche prodotte e consumate e ne abbiamo determinato l'andamento in condizioni di equilibrio e di piena occupazione. È giunto ora il momento di analizzare il modello relativamente al sistema dei valori. Nel far ciò assumeremo che nell'economia prevalgano condizioni di *concorrenza perfetta*.

Quindi, dal momento che abbiamo assunto che la forza-lavoro sia costituita da unità tra loro omogenee (questa ipotesi ci ha infatti permesso di raggruppare in un totale unico tutta la forza-lavoro disponibile), la concorrenza opererà in modo tale da stabilire sul mercato un unico livello del saggio di salario monetario: w .

L'operare della concorrenza assicurerà inoltre l'unicità del saggio di profitto: r , che sarà uguale al saggio di interesse che si formerà sul mercato se tutti gli investimenti sono considerati, dagli operatori economici, come comportanti lo stesso grado di rischio.

Inoltre, in condizioni di equilibrio concorrenziale, quando le imprese operanti in ciascun settore sono tra loro indentiche, il prezzo di ciascun bene prodotto eguaglierà, in lungo periodo, il suo costo di produzione. Supponendo che la produzione avvenga istantaneamente, non dobbiamo computare tra i costi di produzione nessun costo relativo ad interessi sul valore dei beni intermedi né sull'ammontare dei salari pagati per ottenere la produzione finale¹.

1. Ricordiamo che nel nostro modello tutte le transazioni intermedie, anche se non appaiono in modo esplicito, sono nondimeno considerate implicitamente in quanto influenzano il valore dei coefficienti di lavoro.

Assumeremo inoltre che il valore delle perdite e dei guadagni in conto capitale determinati da variazioni nei prezzi dei beni tenuti negli *stocks* dalle varie imprese, non venga ad essere computato tra i costi di produzione e non sia quindi trasferito nei prezzi di vendita².

2. L'ipotesi che le perdite o i guadagni in conto capitale, non vengano computati tra i costi di produzione dei vari beni, è accettata da quella che Solow ha chiamato la « dottrina tradizionale » (*received doctrine*). Questa dottrina è stata inizialmente proposta, nel contesto dei modelli di tipo leontieviano, da N. GEORGESCU-ROEGEN, *Relaxation Phenomena in Linear Dynamic Models* cit., ed è stata accettata da V. ZARNOWITZ, *Technology and the Price Structure in General Equilibrium System*, « The Review of Economic Studies », 1955-56; da M. MORISHIMA, *A Dynamic Leontief System with Neoclassical Production Functions*, in: *Equilibrium, Stability and Growth* cit., cap. III; da J. T. SCHWARTZ, *Lectures on the Mathematical Methods in Analytical Economics*, New York, 1961; da L. L. PASINETTI, *A New Theoretical Approach to the Problems of Economic Growth* cit. Secondo R. M. SOLOW, *Competitive Valuations in a Dynamic Input-Output System*, « *Econometrica* », genn. 1959, non ci si può basare sulla dottrina tradizionale della determinazione dei prezzi supponendo che essa determini « un livello di prezzi di lungo periodo attorno al quale i prezzi di breve periodo possono fluttuare » (p. 31), se prima non si è dimostrata la stabilità dell'equilibrio, cioè se prima non si è dimostrato che, al passare del tempo, i prezzi tendono a portarsi a tale livello. Solow quindi continua affermando che la dottrina tradizionale può essere razionalmente giustificata soltanto se si assume che « gli imprenditori si aspettino sempre che i prezzi rimangano costanti anche se, in realtà, essi sono soggetti a variazioni al passare del tempo » (p. 32). Se, al contrario, si assume che gli imprenditori siano dotati di facoltà di previsione perfette per cui essi si aspettano (correttamente) che i prezzi vengano a modificarsi, allora un operatore economico razionale, se pensa che il prezzo di un bene capitale che egli possiede aumenterà nel futuro, non sarebbe disposto a scambiare questo bene capitale contro il valore attualizzato dei profitti futuri che da tale bene si possono ottenere, ma insisterebbe invece perché il prezzo di vendita venisse aumentato dei valori attuali dei guadagni in conto capitale (p. 34). Lo stesso Solow afferma però che si dovrebbe lanciare una moneta per sapere quale delle due ipotesi (quella secondo la quale gli imprenditori prevedono la costanza dei prezzi oppure quella per cui essi prevedono correttamente le variazioni future dei prezzi) faccia più violenza alla realtà. Ora, dal momento che, come si vedrà meglio più avanti, nel nostro modello, i prezzi dei beni possono variare soltanto in seguito a variazioni dei coefficienti tecnici non compensate o più che compensate da variazioni nel saggio di salario, e siccome queste variazioni non sono, normalmente, previste con un elevato grado di certezza, siamo propensi a credere che l'ipotesi di aspettative di prezzi costanti sia meno assurda di quella di perfetta preveggenza. Questo è uno dei motivi per cui abbiamo ritenuto di accettare la dottrina tradizionale. La teoria alternativa della determinazione dei prezzi (teoria di Solow) può però essere criticata anche per altre ragioni; si veda E. ZAGHINI, *Saggi sull'ac-*

Sotto queste ipotesi, se si indica con p_i , $i = 1, 2$, il prezzo del bene di consumo *i.mo*, e con π_i il prezzo del corrispondente bene capitale, l'andamento del sistema dei prezzi viene ad essere espresso dalle equazioni seguenti:

$$(2.1.1) \quad p_i = a_{ni} w + r \pi_i \quad i = 1, 2$$

$$(2.1.2) \quad \pi_i = \alpha_{ni} w \quad i = 1, 2$$

Cominciamo con l'interpretare le equazioni (2.1.2).

Esse affermano che i prezzi dei beni capitali sono determinati esclusivamente dal livello dei costi di lavoro per unità di produzione. Bisogna però osservare che questo capita soltanto perché abbiamo ipotizzato che i beni capitali siano prodotti utilizzando soltanto lavoro e non anche beni capitali. Infatti i prezzi dei beni di consumo, che richiedono beni capitali per essere prodotti, risultano, come si vede dalle (2.1.1), dalla somma di due componenti che rappresentano rispettivamente i costi di lavoro e la remunerazione del capitale investito per unità di produzione. Quest'ultima affermazione apparirà chiara se si ricorda che, per ipotesi, per produrre un'unità dell'*i.mo* bene di consumo bisogna aver investito un'unità dell'*i.mo* bene capitale. Quindi il valore del capitale investito per ogni unità di produzione del bene di consumo *i.mo* è dato da π_i , e su questo valore del capitale si deve pagare il saggio di profitto: r .

È perciò possibile affermare che, in linea generale, quando le tecniche produttive sono date, il livello dei prezzi dei vari beni dipende sia dal livello del saggio di salario monetario sia dal livello del saggio di profitto. Ma, come sarà chiaro più avanti, nelle nostre ipotesi, di queste due grandezze soltanto il saggio del profitto viene ad essere determinato dall'interno del modello. Ciò significa che, per poter determinare il livello assoluto dei prezzi, bisogna che sia dato esogenamente il livello del saggio del salario monetario. Un altro modo di esprimere lo stesso concetto è quello di dire che il modello, di per sé, determina soltanto i prezzi *relativi* e non anche i prezzi *assoluti*.

Naturalmente, per analizzare l'andamento temporale sia dei prezzi relativi che di quelli assoluti, è necessario conoscere l'andamento temporale del saggio di profitto. È quindi necessario che ora concentriamo la nostra attenzione su quest'ultima variabile.

cumulazione di capitale, Roma, Edizioni dell'Ateneo, 1967, saggio II, specialmente alle pp. 88-91.

2. L'andamento del saggio di profitto nell'ipotesi di crescita proporzionale dei consumi settoriali.

Per determinare l'andamento del saggio di profitto è necessario effettuare qualche ipotesi sul modo con cui nell'economia si determina il livello del risparmio e dell'investimento. A questo proposito, abbiamo deciso di assumere:

a) che i lavoratori, nel loro insieme, non risparmino nulla. Essi ricevono il proprio salario e lo spendono completamente per acquistare beni di consumo;

b) che i profitti siano percepiti da una classe di « capitalisti ». In questo capitolo assumeremo inoltre che i capitalisti siano dei « puri spiriti » che non consumano assolutamente nulla e che quindi risparmino completamente l'ammontare dei profitti che viene loro attribuito³;

c) che un'autorità centrale abbia il compito di mantenere sempre l'economia in condizioni di equilibrio e di piena occupazione e assolva bene a questo compito. Ciò significa che questa autorità centrale deve, da un lato, assicurare che il livello globale del risparmio sia pari al livello globale dell'investimento necessario a mantenere l'economia in piena occupazione e, d'altro lato, deve assicurare che l'investimento globale si distribuisca tra i diversi settori in modo tale che le condizioni di equilibrio settoriale siano sempre rispettate. Per ottenere questi risultati potrà essere necessario che l'autorità centrale, oltre ad utilizzare gli strumenti della politica monetaria nella sua più ampia accezione (comprendendo quindi tutti gli strumenti di intervento selettivo a livello settoriale), sia in grado di intervenire direttamente per sostenere il volume degli investimenti globali ed orientarne la distribuzione. Ad es., qualora gli investimenti degli imprenditori privati non fossero sufficienti a mantenere l'economia in piena occupazione, l'autorità centrale potrebbe incaricarsi di effettuare essa stessa gli investimenti aggiuntivi nei settori appropriati⁴. Naturalmente, questa ipotesi è

3. Sotto le ipotesi a) e b) il risparmio verrebbe ad essere determinato da quella che F. HAHN e R. C. O. MATTHEWS hanno chiamato la « funzione del risparmio nell'ipotesi classica estrema » (*extreme classical saving function*). Cfr. *The Theory of Economic Growth: A Survey*, « The Economic Journal », dic. 1964, ristampato a cura dell'American Economic Association e della Royal Economic Society in: *Surveys of Economic Theory*, vol. II, London, 1965, pp. 15-16.

4. J. E. MEADE, *A Neoclassical Theory of Economic Growth*, London, 1960, pp. 3-4, assume che sia possibile mantenere l'equilibrio tra risparmio ed inve-

del tutto irreal e viene ora fatta soltanto allo scopo di analizzare l'andamento di equilibrio delle diverse variabili e sarà abbandonata nel prossimo capitolo quando si studieranno gli andamenti dell'economia prescindendo dalle condizioni di equilibrio.

Vogliamo anche notare che le ipotesi a) e b) possono essere modificate senza particolari difficoltà. Ad es., è possibile modificare l'ipotesi b), come verrà fatto in alcuni §§ del prossimo capitolo, supponendo che i capitalisti consumino una certa proporzione dei propri profitti, abbiano cioè una propensione al consumo positiva. In tal caso è facilmente dimostrabile che, a parità di condizioni, tanto più elevata sarà la propensione al consumo dei capitalisti, tanto più alto sarà il saggio di profitto, tanto più alti saranno i prezzi dei beni di consumo, e tanto più elevata sarà la quota di reddito che in equilibrio verrà attribuita ai capitalisti; conclusioni queste già avanzate da Kaldor⁵.

In modo analogo, si può assumere che i lavoratori non consumino tutto il proprio reddito ma ne risparmino una certa quota. Allora, tanto più elevata sarà questa quota, tanto più favorevole ai lavoratori sarà la distribuzione del reddito e tanto più basso sarà il saggio del profitto di equilibrio, in accordo ancora una volta con la teoria di Kaldor⁶.

Ora, noi sappiamo che per l'ipotesi c), in ogni momento di tempo, si avrà l'uguaglianza tra l'investimento globale da effet-

stimento al livello di piena occupazione mediante una opportuna utilizzazione della politica monetaria. Meade però, operando con un modello aggregato, non considera la possibilità di squilibri a livello dei singoli settori.

5. Cfr. N. KALDOR, *Alternative Theories of Distribution*, «The Review of Economic Studies», 1955-56, n. 2, ristampato in: *Essays on Value and Distribution*, raccolta di saggi dell'autore, London, 1960; *A Model of Economic Growth* cit.; *Capital Accumulation and Economic Growth*, in: *The Theory of Capital*, a cura di F. A. LUTZ. D. C. HAGUE, London, 1961. Kaldor ha esposto la sua teoria a livello macroeconomico. Tale teoria è però stata mostrata valida, con riferimento ai modelli disaggregati, da M. MORISHIMA, *Equilibrium Stability and Growth* cit., specialmente p. 151.

6. Si vedano però le osservazioni che, a questo proposito, sono state avanzate da L. L. PASINETTI, *Rate of Profit and Income Distribution in Relation to the Rate of Economic Growth*, «The Review of Economic Studies», ott. 1962, un articolo che ha fatto sorgere un ampio dibattito tra gli economisti. Si veda, a questo proposito, P. A. SAMUELSON-F. MODIGLIANI, *The Pasinetti Paradox in Neoclassical and More General Models*, «The Review of Economic Studies», ott. 1966, e i commenti effettuati da L. L. PASINETTI, J. ROBINSON, N. KALDOR, e la risposta di SAMUELSON e MODIGLIANI nello stesso fascicolo della stessa rivista.

tuarsi affinché l'economia si sviluppi in equilibrio ed in piena occupazione e il risparmio globale che viene a formarsi nell'economia. Si indichi con x_i e ξ_i , $i = 1, 2$, le soluzioni a cui siamo arrivati nel cap. I, per le quantità che vengono prodotte e domandate in condizioni di piena occupazione e di equilibrio settoriale. Allora, il valore dell'investimento: I , necessario per lo sviluppo in equilibrio e in piena occupazione viene ad essere definito da:

$$(2.2.1) \quad I = \pi_1 \xi_1 + \pi_2 \xi_2$$

dove π_i è il prezzo del bene capitale i .mo. Il valore dell'investimento è dato quindi dalla somma delle quantità di beni d'investimento prodotte, moltiplicate per i rispettivi prezzi. Invece, il livello del risparmio: S è dato, sotto le ipotesi *a*) e *b*), dall'ammontare dei profitti che vengono attribuiti ai capitalisti. Ricordando che il valore del capitale investito in ciascun settore i .mo dei beni di consumo è dato da: $\pi_i x_i$, e che il saggio di profitto sul valore del capitale è r , il livello del risparmio è definito da:

$$(2.2.2) \quad S = r (\pi_1 x_1 + \pi_2 x_2)$$

Quindi se, per imporre la condizione di equilibrio, si eguagliano queste due espressioni e se si tiene conto delle (2.1.2) del § precedente, si può risolvere l'espressione che ne risulta per trovare il valore di r ottenendo:

$$(2.2.3) \quad r = \frac{\alpha_{n1} \xi_1 + \alpha_{n2} \xi_2}{\alpha_{n1} x_1 + \alpha_{n2} x_2}$$

Questa espressione, ricordando che: $\xi_i = \dot{x}_i$, se si ha equilibrio settoriale, può essere scritta come:

$$(2.2.4) \quad r = \frac{\alpha_{n1} x_1}{\alpha_{n1} x_1 + \alpha_{n2} x_2} \frac{\dot{x}_1}{x_1} + \frac{\alpha_{n2} x_2}{\alpha_{n1} x_1 + \alpha_{n2} x_2} \frac{\dot{x}_2}{x_2}$$

per cui si può affermare che: *il saggio di profitto è uguale ad una media ponderata dei saggi di crescita settoriali.*

Ora si assuma, per il momento, che nell'intervallo di tempo che qui si considera si abbia sviluppo proporzionale dei consumi settoriali (si veda il § 3 del cap. I). Si ha allora che: $x_1 = \beta x_2$ dove β è una costante. Sotto questa ipotesi, dalla (2.2.4) si può facilmente ottenere:

$$(2.2.5) \quad r = \frac{\dot{x}_1}{x_1} = \frac{\dot{x}_2}{x_2}$$

e si può quindi affermare che: *il saggio di profitto eguaglia il saggio di crescita del sistema*, come ci si doveva aspettare dal momento che si è assunto che tutti i salari siano consumati, tutti i profitti siano investiti e che le produzioni settoriali crescano tutte ad uno stesso saggio. Queste infatti sono le stesse ipotesi che hanno già portato von Neumann a dimostrare l'eguaglianza tra saggio di profitto e saggio di crescita ⁷.

Desideriamo però sottolineare che, nel nostro modello, a differenza di ciò che succede nel modello di von Neumann, il saggio di crescita del sistema, e quindi il saggio di profitto, non rimangono sempre costanti nel tempo. La costanza si ha infatti soltanto se capita che il sistema si sviluppi in età dell'oro con condizioni tecniche immutabili. Se invece le condizioni tecniche mutano, sia il saggio di crescita che il saggio di profitto vengono a variare nel tempo. Come infatti si mostrerà tra breve, questi saggi tendono *normalmente* a diminuire portandosi verso il valore che essi dovrebbero avere in età dell'oro a condizioni tecniche costanti, valore che è dato da ε , cioè dal saggio di crescita della forza-lavoro. Solo che, a certi momenti di tempo, quando il progresso tecnico viene a ridurre qualche coefficiente di lavoro, sia il saggio di profitto che il saggio di crescita vengono subitaneamente spinti verso l'alto salvo poi ad incominciare immediatamente una nuova fase discendente.

Per chiarire queste affermazioni ci rifaremo alla trattazione effettuata nel § 3 del cap. I. Allora era stata considerata un'economia che, fino al tempo $t = 0$, era cresciuta secondo un'età dell'oro in condizioni tecniche costanti. Il suo saggio di crescita e quindi anche il saggio di profitto, era perciò uguale a ε , cioè il saggio di crescita della forza-lavoro disponibile.

Avevamo anche assunto che, al tempo $t = 0$, il progresso tecnico si manifestasse mediante una riduzione del coefficiente di lavoro del primo settore dei beni di consumo che passava così da a_{n1} a ρa_{n1} , con $\rho < 1$. Ed inoltre si assumeva che le produzioni settoriali crescessero in modo proporzionale. Ora, sotto questa ipotesi, ricordando che: $x_i(t) = a_{in}(t) N_0 e^{st}$, la (2.2.5) può essere scritta come:

$$(2.2.6) \quad r(t) = \frac{\dot{x}_1}{x_1} = \frac{\dot{x}_2}{x_2} = \varepsilon + \frac{\dot{a}_{2n}(t)}{a_{2n}(t)}$$

dove: $\dot{a}_{2n}(t)/a_{2n}(t)$ è il saggio di crescita del consumo *pro-capite* dei beni prodotti dal secondo settore, ed anche dal primo settore data l'ipotesi di proporzionalità che è stata effettuata.

Sappiamo già che il saggio di profitto era pari ad ε per ogni tempo: $t < 0$, ed infatti a quell'epoca il consumo *pro-capite* rimaneva costante. Ma, a partire dal tempo $t = 0$, il consumo *pro-capite* incomincia a crescere come si può verificare osservando l'andamento di $a_{2n}(t)$ espresso dalla (1.3.11) del § 3 del cap. I. In particolare, differenziando la (1.3.11) al tempo $t = 0$, e tenendo conto delle (1.3.9) e (1.3.10), si può ottenere la variazione del coefficiente di consumo del secondo bene al tempo $t = 0$:

$$(2.2.7) \quad \dot{a}_{2n}(0) = \frac{1}{\alpha_{n1} \beta + \alpha_{n2}} [-(\rho a_{n1} \beta + a_{n2} + \alpha_{n1} \varepsilon \beta + \alpha_{n2} \varepsilon) a_{2n}(0) + 1]$$

dove: $\beta = a_{1n}(0) / a_{2n}(0)$, cioè al rapporto tra i consumi *pro-capite* dei due beni. Ora, dal momento che abbiamo ipotizzato che l'economia si trovasse in condizioni di età dell'oro fino al tempo $t = 0$, dalla condizione di domanda di piena occupazione che doveva essere rispettata proprio fino al momento in cui a_{n1} si è modificato⁸, possiamo scrivere:

$$(2.2.8) \quad (a_{n1} \beta + a_{n2} + \alpha_{n1} \varepsilon \beta + \alpha_{n2} \varepsilon) a_{2n}(0) = 1$$

Confrontando ora la (2.2.8) con la (2.2.7), possiamo scrivere quest'ultima come:

$$(2.2.9) \quad \dot{a}_{2n}(0) = (1 - \rho) \frac{a_{n1} \beta}{\alpha_{n1} \beta + \alpha_{n2}} a_{2n}(0)$$

e quindi, dalla (2.2.6), possiamo ottenere:

$$(2.2.10) \quad r(0) = \varepsilon + (1 - \rho) \frac{a_{n1} \beta}{\alpha_{n1} \beta + \alpha_{n2}} > \varepsilon$$

Possiamo quindi concludere affermando che, in seguito alla variazione di a_{n1} , il saggio di profitto passa immediatamente, al tempo $t = 0$, da ε ad un valore più elevato: $r(0)$.

8. La condizione di domanda di piena occupazione fino al tempo $t = 0$ era data dalla (1.3.2) del § 3 del cap. I che, per comodità, riscriviamo avendo cura di indicare esplicitamente la dipendenza del tempo dei coefficienti di consumo:

$$a_{n1} a_{1n}(t) + a_{n2} a_{2n}(t) + \varepsilon \alpha_{n1} a_{1n}(t) + \varepsilon \alpha_{n2} a_{2n}(t) = 1$$

Ponendo ora $t = 0$, e ricordando che, per ipotesi $a_{1n}(0) = \beta a_{2n}(0)$, si ottiene la (2.2.8) del testo.

Ma già sappiamo che se, dopo $t = 0$, non avviene qualche altro cambiamento nei coefficienti tecnici, il saggio di crescita del consumo *pro-capite* andrà via via riducendosi fino, al limite, ad annullarsi. Corrispondentemente il saggio di profitto si ridurrà tendendo verso il suo livello più basso: ε . Tutto ciò può essere visto calcolando: $\dot{a}_{2n}(t) / a_{2n}(t)$ dalla (1.3.11) del § 3 del cap. 1 e sostituendo il risultato nella (2.2.6), ottenendo così:

$$(2.2.11) \quad r(t) = \varepsilon + \frac{-\frac{\delta}{\gamma} \left[a_{2n}(0) - \frac{1}{\delta} \right] e^{-\frac{\delta}{\gamma} t}}{\left[a_{2n}(0) - \frac{1}{\delta} \right] e^{-\frac{\delta}{\gamma} t} + \frac{1}{\delta}}$$

dove i valori di δ e γ [espressi dalle (1.3.9) e (1.3.10) che si trovano anch'esse nel § 3 del cap. I] sono tali da rendere al tempo $t = 0$, il valore del saggio del profitto, espresso dalla (2.2.11), uguale al valore dato dalla (2.2.10).

Dalla (2.2.11) è facile vedere come, al passare del tempo, il saggio del profitto segua un andamento discendente partendo da $r(0)$ e tendendo al suo valore limite: ε .

Naturalmente, quanto è stato detto può essere ripetuto anche per il caso in cui, al tempo $t = 0$, il progresso tecnico, invece di avere resa possibile la riduzione del coefficiente a_{n1} , avesse reso possibile la riduzione di uno o più degli altri coefficienti di lavoro. È inoltre possibile mostrare che il saggio di profitto si comporterebbe nel modo descritto anche se il progresso tecnico dovesse rendere possibili nuove riduzioni nei coefficienti di lavoro dopo il tempo $t = 0$, e cioè ai tempi: $t = 0, \tau_1, \tau_2 \dots \tau_j \dots$. L'unica differenza sarebbe che, a queste date, il saggio di profitto invece di registrare un aumento partendo dal valore ε , si innalzerà partendo dal valore che esso aveva al momento in cui sono avvenute queste nuove riduzioni dei coefficienti di lavoro.

Il nostro modello stabilisce quindi un *limite inferiore* al saggio di profitto. Tale limite è rappresentato dal saggio di crescita della forza-lavoro: ε . Se non ci fosse progresso tecnico, il saggio di profitto tenderebbe a portarsi a questo valore o lo avrebbe già raggiunto. Invece, a certi momenti di tempo, quando il progresso tecnico rende possibile la riduzione di qualche coefficiente di lavoro, il saggio del profitto viene spostato verso l'alto per poi, appena raggiunto il nuovo livello, ricominciare ad abbassarsi tendendo verso il proprio

limite inferiore. Nel diagramma 1 è tracciato, a linea intera, un andamento tipico del saggio di profitto.

Prima del tempo $t=0$, l'economia cresceva secondo un'età dell'oro in condizioni tecniche costanti e, corrispondentemente, il

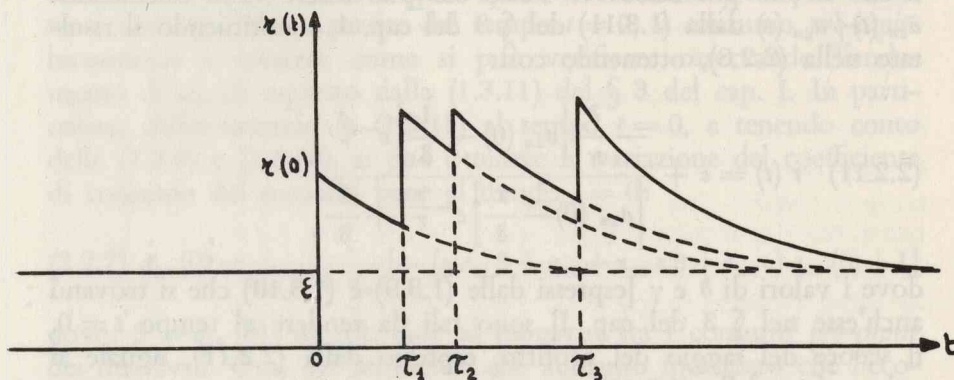


Diagramma 1.

saggio di profitto era al suo più basso livello di equilibrio: ε , era cioè uguale al saggio di crescita della forza-lavoro. Ai tempi: $t=0$, τ_1 , τ_2 ..., il progresso tecnico consente la riduzione di qualche coefficiente di lavoro causando, in tal modo, un subitaneo aumento del saggio di profitto. Ma, in ogni periodo intermedio tra due successive modificazioni nelle condizioni tecniche in cui si svolge la produzione, opera, all'interno del sistema, una tendenza alla riduzione del saggio di profitto. Questo saggio raggiungerebbe alla fine il suo livello più basso se, a certi momenti di tempo, non intervenisse il progresso tecnico a spingerlo nuovamente verso l'alto.

Per chiarire, con il ragionamento economico, il perché di questo andamento del saggio di profitto, consideriamo il caso in cui si verifichi una riduzione in qualche coefficiente di lavoro nei settori che producono beni di consumo. Allora alcuni lavoratori, che avrebbero dovuto essere occupati per produrre beni di consumo, diventano sovrabbondanti e debbono, se si vuol evitare la disoccupazione, essere occupati nei settori che producono beni di investimento. Ne segue che la produzione di quest'ultimi beni risulterà superiore a quella che si sarebbe dovuta avere in assenza di progresso tecnico. C'è quindi la necessità di controbilanciare la produzione addizionale di beni capitali che così si viene ad ottenere, con un adeguato volume addizionale di risparmio. L'aumento del saggio di profitto

fa sì che questo risparmio addizionale si venga a formare⁹. Ma, in seguito, i settori che producono beni di consumo debbono aumentare la propria occupazione a saggi superiori a quelli dei settori che producono beni capitali perché altrimenti la produzione addizionale di beni capitali non potrebbe essere assorbita. Perciò la produzione di beni di investimento viene a ridursi relativamente a quella di beni di consumo e quindi, per mantenere l'equilibrio, anche il saggio di risparmio deve diminuire e ciò è ottenuto attraverso la riduzione del saggio di profitto.

Lo stesso tipo di ragionamento, con soltanto qualche piccola modifica, può essere effettuato per spiegare il perché il modello determini un andamento del saggio di profitto dello stesso genere anche quando si considerino riduzioni nei coefficienti di lavoro dei settori che producono beni di investimento¹⁰.

Desideriamo infine far rilevare, di sfuggita, alcune analogie tra l'andamento del saggio di profitto nel nostro modello e in quello proposto da Schumpeter molti anni or sono¹¹. In entrambi i modelli il saggio di profitto è spinto verso l'alto dal progresso tecnico (dalle innovazioni, nel linguaggio schumpeteriano) e poi tende ad abbassarsi man mano che l'economia si adatta alle nuove condizioni in cui la produzione può attuarsi. Ma, ovviamente, le ragioni che determinano questo andamento sono diverse da un modello all'altro. In particolare, secondo Schumpeter, l'aumento del saggio di profitto va a beneficio degli imprenditori innovatori i quali sono così in grado di rimborsare il valore degli investimenti che essi avevano inizialmente effettuato con fondi per lo più presi a prestito. Questo avviene perché il progresso tecnico si associa ad un maggior potere monopolistico da parte degli imprenditori innovatori.

9. Si può infatti vedere dall'equazione (2.2.2) che, a parità di livelli produttivi e di prezzi dei beni capitali, il risparmio è direttamente proporzionale al saggio di profitto.

10. Come si vedrà più avanti, la modificazione più rilevante è che, in questo caso, l'investimento non deve aumentare in valore per mantenere la piena occupazione. Esso però deve aumentare in termini reali. Il saggio del profitto deve allora aumentare affinché nel sistema si venga a creare questo volume aggiuntivo di risparmio in termini reali.

11. J. A. SCHUMPETER, *The Theory of Economic Development*, Harvard University Press, Cambridge Mass., 1939, cap. IV. La prima edizione tedesca del libro risale però al 1911, e la seconda, sulla quale, con lievi modifiche, è stata condotta la traduzione inglese, è del 1926.

Nel nostro modello invece, siccome prevalgono condizioni di concorrenza perfetta, l'aumento del saggio di profitto non va soltanto a beneficio degli innovatori ma va a beneficio dei capitalisti considerati come classe, cioè anche a beneficio di quei capitalisti che hanno investito in settori in cui non si è avuta alcuna innovazione. Ed è proprio la classe dei capitalisti nel suo complesso che sarà in grado di effettuare quel risparmio addizionale necessario per finanziare il più elevato volume di investimenti.

Ci preme però osservare che l'ipotesi di Schumpeter, che il saggio di profitto aumenti soltanto per gli imprenditori che hanno attuato l'innovazione e non per gli altri, oppure, al limite, l'ipotesi che il saggio di profitto aumenti soltanto nei settori che hanno beneficiato del progresso tecnico, non sono in contrasto con tutta l'analisi svolta nel primo capitolo ma soltanto con le assunzioni effettuate in questo secondo capitolo. Ed infatti pensiamo di poter sviluppare, in un prossimo futuro, il nostro modello sotto ipotesi più simili a quelle di Schumpeter.

3. *L'andamento del saggio di profitto quando i diversi settori crescono a saggi tra loro diversi.*

Fino ad ora si è studiato l'andamento del saggio di profitto nell'ipotesi che ci sia sviluppo proporzionale, cioè che i diversi settori crescano tutti ad uno stesso saggio. Quali sono gli effetti, sul saggio del profitto, se i diversi settori crescono a saggi tra loro diversi? Questa domanda è particolarmente importante per noi in quanto abbiamo già più volte affermato che, in presenza di progresso tecnico, le proporzioni secondo cui i diversi beni vengono domandati dai consumatori e sono quindi prodotti dalle imprese, variano nel tempo.

Fortunatamente però è possibile dimostrare che, se nel sistema economico la piena occupazione della forza-lavoro viene sempre mantenuta, qualsiasi variazione nelle proporzioni in cui i diversi beni sono prodotti non provoca variazioni nel saggio di profitto.

Infatti, sotto l'ipotesi che la forza-lavoro sia sempre pienamente occupata, deve essere soddisfatta la seguente equazione (condizione di piena occupazione):

$$(2.3.1) \quad a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \alpha_{n1} \dot{x}_1 + \alpha_{n2} \dot{x}_2 = N_0 e^{et}$$

dove: a_{ni} e α_{ni} rappresentano rispettivamente i coefficienti di lavoro

nell' *i.mo* settore dei beni di consumo e nel corrispondente settore dei beni capitali. È facile vedere che la (2.3.1) può anche essere scritta come:

$$(2.3.2) \quad x_1 \left[a_{n1} + \alpha_{n1} \frac{\dot{x}_1}{x_1} \right] + x_2 \left[a_{n2} + \alpha_{n2} \frac{\dot{x}_2}{x_2} \right] - N_0 e^{et} = 0$$

Si faccia ora, per semplicità, l'ipotesi, *non necessaria* alla dimostrazione, che fino al tempo $t = \tau$, ci sia stato sviluppo proporzionale, si sia cioè avuto: $\frac{\dot{x}_1}{x_1} = \frac{\dot{x}_2}{x_2}$. Al tempo $t = \tau$, le proporzioni in cui i beni vengono prodotti incominciano a mutare. Un settore incomincia a registrare un saggio di crescita più elevato di quello che avrebbe altrimenti registrato e l'altro settore incomincia a registrarne uno più basso¹².

Si osservi ora che la relazione (2.2.4) del paragrafo precedente esprime il saggio del profitto in funzione dei saggi di crescita settoriali. Quindi, differenziando, al tempo $t = \tau$, questa espressione rispetto ad uno dei saggi di crescita (ad. es.: $\frac{\dot{x}_1}{x_1}$) lasciando che l'altro sia determinato dalla (2.3.2), possiamo valutare l'effetto, sul saggio di profitto, di cambiamenti di saggi di crescita settoriali nell'ipotesi che la piena occupazione sia sempre mantenuta.

Notando che, al tempo $t = \tau$, x_1 e x_2 sono dati ed indipendenti dai saggi di crescita, dalla (2.2.4) si può ottenere:

$$(2.3.3) \quad \frac{\partial r}{\partial \frac{\dot{x}_1}{x_1}} = \frac{\alpha_{n1} x_1}{\alpha_{n1} x_1 + \alpha_{n2} x_2} + \frac{\alpha_{n2} x_2}{\alpha_{n1} x_1 + \alpha_{n2} x_2} \frac{\partial}{\partial \frac{\dot{x}_1}{x_1}} \left[\frac{\dot{x}_2}{x_2} \right]$$

dove tutte le variabili sono valutate al tempo $t = \tau$.

Ora, dalla (2.3.2), si può ottenere la variazione del saggio di crescita del secondo bene al variare del saggio di crescita del primo bene:

$$(2.3.4) \quad \frac{\partial}{\partial \frac{\dot{x}_1}{x_1}} \left[\frac{\dot{x}_2}{x_2} \right] = - \frac{\alpha_{n1} x_1}{\alpha_{n2} x_2}$$

12. Ciò deve capitare in quanto, comunque, deve essere soddisfatta l'equazione (2.3.2).

e quindi, sostituendo la (2.3.4) nella (2.3.3), si arriva ad ottenere:

$$(2.3.5) \quad \frac{\partial r}{\partial \frac{\dot{x}_1}{x_1}} = 0$$

che mostra come il saggio di profitto non sia influenzato da variazioni nelle proporzioni in cui i beni sono prodotti.

Questo risultato può essere espresso anche dicendo che, se l'economia cresce in condizioni di equilibrio e di piena occupazione, e se le propensioni al risparmio dei capitalisti e dei lavoratori che sono state ipotizzate non vengono a mutare, il saggio del profitto dipende esclusivamente dal saggio di crescita della forza-lavoro e dall'intensità (*lato sensu*) del progresso tecnico. Esso invece non è influenzato dalle proporzioni secondo le quali i singoli beni sono prodotti. Esposto in questi termini, il risultato a cui siamo pervenuti appare più familiare. Infatti la letteratura cosiddetta *neokeynesiana*¹³ sui modelli di sviluppo aggregati, ci ha abituati all'idea che, in condizioni di età dell'oro, il saggio di profitto risulta determinato dal saggio di crescita della popolazione e dal saggio a cui il progresso tecnico aumenta la produttività del lavoro. Ma, a quanto ci consta, non è stato mai mostrato che lo stesso risultato vale anche se i diversi settori non crescono tutti ad uno stesso saggio, cioè anche se l'economia non cresce secondo un'età dell'oro purché essa cresca in condizioni di equilibrio e di piena occupazione.

Si può anche dimostrare, usando più o meno lo stesso procedimento utilizzato fino ad ora, che il saggio di profitto non viene a modificarsi quando nel sistema vengono introdotti nuovi beni se questo fatto non provoca variazioni nei coefficienti di lavoro dei settori che producono i beni preesistenti¹⁴. Il caso in cui l'introduzione

13. Cfr. per es., J. ROBINSON, *The Accumulation of Capital* cit., *Essays in the Theory of Economic Growth* cit.; N. KALDOR, *A Model of Economic Growth* cit., *Capital Accumulation and Economic Growth* cit.; N. KALDOR-J. A. MIRRELES, *A New Model of Economic Growth*, « The Review of Economic Studies », giugno 1962.

14. Si assuma che al tempo $t = \tau$ un terzo bene di consumo e il corrispondente bene capitale siano introdotti nel sistema. La nuova definizione del saggio di profitto, che corrisponde alla (2.2.3), viene ad essere:

$$(1) \quad r = \frac{\alpha_{n1}\dot{x}_1 + \alpha_{n2}\dot{x}_2 + \alpha_{n3}\dot{x}_3}{\alpha_{n1}x_1 + \alpha_{n2}x_2 + \alpha_{n3}x_3}$$

e la nuova condizione di piena occupazione viene ad essere:

$$(2) \quad a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \alpha_{n1}\dot{x}_1 + \alpha_{n2}\dot{x}_2 + \alpha_{n3}\dot{x}_3 - N_0e^{et} = 0$$

di nuovi beni provoca variazioni nei coefficienti di lavoro degli altri settori sarà considerato più avanti.

4. *L'influenza del progresso tecnico sui prezzi dei beni di consumo.*

Nel § 1 di questo cap. è stato visto come i prezzi dei beni di consumo dipendano dal saggio di salario, dal saggio di profitto e dalle condizioni tecniche in cui si svolge la produzione. Utilizzando le (2.1.1) e le (2.1.2) del § 1, questa dipendenza può essere espressa in modo formale da:

$$(2.4.1) \quad p_i = w (a_{ni} + r \alpha_{ni}) \quad i = 1, 2$$

Per quanto riguarda l'influenza del saggio di salario, non è necessario aggiungere molto a quanto è stato detto nel § 1. Ci basta solo osservare che se il saggio del salario monetario viene ad aumentare, i prezzi aumentano nella stessa proporzione. In quanto segue, ci conviene ignorare questo fatto assumendo che il saggio di salario monetario rimanga fisso al valore $w = 1$, assumendo cioè di misurare i prezzi in unità salariali.

In questo caso, il procedimento seguito nel testo per analizzare cosa succede quando cambiano le proporzioni in cui i beni vengono prodotti, deve essere modificato per due motivi:

1) non si possono considerare i saggi di crescita delle produzioni settoriali in quanto: \dot{x}_3/x_3 tenderebbe all'infinito al tempo $t = \tau$ perché $x_3(\tau) = 0$. Al posto dei saggi di crescita useremo quindi le derivate delle variabili;

2) è necessario che venga specificato il modo secondo cui x_1 e x_2 debbono variare, quando viene introdotto il nuovo bene, mantenendo sempre soddisfatta la condizione (2). Come al nostro solito, assumeremo che sia possibile approssimare l'andamento relativo di x_1 e x_2 in modo lineare. Più precisamente assumeremo che, quando viene introdotto il terzo bene (cioè quando x_3 diventa maggiore di zero), gli incrementi nelle produzioni del primo e del secondo bene stiano tra loro in un rapporto costante. In formule, assumeremo che $\dot{x}_1/\dot{x}_2 = \gamma = \text{costante}$. Sotto questa ipotesi è facile dimostrare che il saggio del profitto non viene ad essere influenzato dall'introduzione del nuovo bene. Infatti, differenziando la condizione (1) e tenendo conto dell'ipotesi appena effettuata, si può ottenere:

$$\frac{\partial r}{\partial \dot{x}_3} = \frac{1}{\alpha_{n1}x_1 + \alpha_{n2}x_2 + \alpha_{n3}x_3} \left[(\gamma\alpha_{n1} + \alpha_{n2}) \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{x}_3} + \alpha_{n3} \right]$$

dove tutte le variabili sono valutate al tempo $t = \tau$. Ora, dal momento che, differenziando la condizione (2), si può ottenere $\frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{x}_3} = -\frac{\alpha_{n3}}{\gamma\alpha_{n1} + \alpha_{n2}}$ è facile concludere che: $\frac{\partial r}{\partial \dot{x}_3} = 0$.

In questo § intendiamo invece analizzare come i prezzi dei beni di consumo vengano a variare quando, in seguito al progresso tecnico, qualche coefficiente di lavoro si riduce e, corrispondentemente, aumenta il saggio del profitto.

Per semplicità, riprendiamo le ipotesi effettuate nel § 2 di questo cap. Allora si era considerato un sistema economico che, fino al tempo $t = 0$, era cresciuto in condizioni di età dell'oro a tecniche produttive costanti.

Sempre al tempo $t = 0$, il progresso tecnico ha l'effetto di ridurre il coefficiente di lavoro del primo settore dei beni di consumo facendolo passare dal valore: a_{n1} , al valore: ρa_{n1} , con $\rho < 1$. Si era allora dimostrato che, sotto queste ipotesi, il saggio di profitto, al tempo $t = 0$, doveva passare dal valore ε ad un valore più elevato: $r(0)$ dato dalla (2.2.10). In corrispondenza di ciò, sempre al tempo $t = 0$, i prezzi dei beni di consumo debbono assumere i seguenti valori:

$$(2.4.2) \quad p_1(0) = \rho a_{n1} + r(0) \alpha_{n1}$$

$$(2.4.3) \quad p_2(0) = a_{n2} + r(0) \alpha_{n2}$$

Ora, osservando la (2.4.3), si vede immediatamente che l'aumento del saggio di profitto fa aumentare il prezzo del secondo bene, cioè del bene le cui condizioni tecniche di produzione non sono state modificate dal progresso tecnico.

La situazione è invece meno chiara quando consideriamo il prezzo del primo bene di consumo, dato dalla (2.4.2). Infatti mentre la riduzione di a_{n1} ha l'effetto di ridurre il prezzo di questo bene, l'aumento del saggio di profitto ha l'effetto contrario. È però possibile dimostrare che quest'ultimo effetto è sempre di intensità inferiore al primo e che quindi, sotto le ipotesi relative al meccanismo di formazione dei prezzi da noi accolte, il prezzo del bene per il quale, in seguito al progresso tecnico, si riduce la quantità di lavoro per unità di produzione, tende sempre a ridursi¹⁵.

15. Infatti il prezzo del primo bene di consumo prima della variazione in a_{n1} era:

$$(1) \quad \bar{p}_1 = a_{n1} + \varepsilon \alpha_{n1}$$

e dopo la variazione è:

$$(2) \quad p_1 = \rho a_{n1} + r(0) \alpha_{n1} = \rho a_{n1} + \left[(1 - \rho) \frac{a_{n1} \beta}{\alpha_{n1} \beta + \alpha_{n2}} + \varepsilon \right] \alpha_{n1}$$

La riduzione è in un primo tempo frenata dal bisogno di accumulazione che comporta un aumento del saggio di profitto. Ma, al passare del tempo, se non si verifica qualche altra variazione nelle condizioni tecniche in cui si svolge la produzione, il bisogno di accumulazione si riduce per cui, come è stato visto, si hanno continue riduzioni del saggio del profitto. Perciò il prezzo del primo bene di consumo diminuirà ulteriormente portandosi verso il suo nuovo valore limite (di età dell'oro) dato da: $\rho a_{n1} + \varepsilon \alpha_{n1}$. D'altra parte, anche il prezzo del secondo bene si ridurrà tendendo a riportarsi al suo livello precedente: $a_{n2} + \varepsilon \alpha_{n2}$.

Se invece, a certi momenti di tempo, si ha qualche altra riduzione nei coefficienti di lavoro, ricomincerà, a partire dai livelli che i prezzi hanno raggiunto in quel momento, un nuovo processo del tipo di quello descritto.

5. Consumi, investimenti e distribuzione del reddito.

Il valore totale dei consumi: C , nella nostra economia che produce due soli beni di consumo, è dato da:

$$(2.5.1) \quad C = p_1 x_1 + p_2 x_2$$

cioè dal valore, ai prezzi di mercato, dei beni di consumo prodotti.

Ora, continuando a misurare i valori in unità-salario (cioè continuando ad assumere il saggio di salario come numerario), possiamo sostituire nella (2.5.1) le relazioni (2.4.1) del § precedente che definiscono i prezzi, ottenendo così:

$$(2.5.2) \quad C = a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + r (\alpha_{n1} x_1 + \alpha_{n2} x_2)$$

dove, al posto di $r(0)$, è stato sostituito il suo valore dato dalla (2.2.10). Si indichi ora con $\varphi(\rho)$ la differenza tra (1) e (2) cioè tra il livello del prezzo prima e dopo la variazione nelle condizioni tecniche:

$$(3) \quad \varphi(\rho) = \bar{p}_1 - p_1 = (1 - \rho) a_{n1} - (1 - \rho) \frac{a_{n1} \beta \alpha_{n1}}{\alpha_{n1} \beta + \alpha_{n2}}$$

e si consideri la derivata di $\varphi(\rho)$ rispetto a ρ :

$$(4) \quad \varphi'(\rho) = -a_{n1} + a_{n1} \frac{\alpha_{n1} \beta}{\alpha_{n1} \beta + \alpha_{n2}} < 0$$

Questo risultato indica che $\varphi(\rho)$ aumenta quando ρ diminuisce. Quindi poiché $\varphi(\rho) = 0$ quando $\rho = 1$, possiamo affermare che $\varphi(\rho) > 0$ quando $\rho < 1$. Ne segue quindi che, per effetto del progresso tecnico, $p_1 < \bar{p}_1$.

Quindi, utilizzando la definizione di r data dalla (2.2.3) del § 2, e ricordando che: $\xi_i = \dot{x}_i$, si può ottenere:

$$(2.5.3) \quad C = a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \alpha_{n1} \dot{x}_1 + \alpha_{n2} \dot{x}_2$$

Paragonando infine la (2.5.3) con la condizione di piena occupazione espressa dalla (2.3.1), si vede che:

$$(2.5.4) \quad C = N_0 e^{st}$$

Questo risultato doveva essere atteso in quanto, nelle nostre ipotesi, il valore totale dei consumi deve essere uguale al valore totale dei salari attribuiti ai lavoratori. Ma, siccome abbiamo ipotizzato la piena occupazione e abbiamo posto pari all'unità il saggio di salario, il valore del monte salari deve essere uguale al numero dei lavoratori disponibili nell'economia.

Il valore del consumo *pro-capite* rimane quindi costante nel tempo. Ma, in presenza di progresso tecnico, il consumo *pro-capite in termini reali* aumenterà perché, come è stato visto nel § precedente, i prezzi dei beni di consumo tendono a ridursi. Questa affermazione può, a prima vista, non risultare del tutto chiara. Infatti, riprendendo l'esempio del § precedente, si può osservare che, al tempo $t = 0$, mentre il prezzo del primo bene di consumo veniva ad essere ridotto, quello del secondo bene di consumo aumentava. È però possibile dimostrare che l'aumento di quest'ultimo prezzo è tale da non provocare una riduzione del consumo dei lavoratori in termini reali. Infatti, al tempo $t = 0$, ciascun lavoratore, nonostante le variazioni del sistema dei prezzi, è in grado di acquistare le stesse quantità di beni che acquistava prima che i prezzi venissero a variare¹⁶. È ovvio che, dopo $t = 0$, quando i prezzi di entrambi i beni di consumo diminuiscono, il consumo in termini reali aumenta.

16. Si indichi, come al solito, con: \bar{a}_{1n} e \bar{a}_{2n} i valori che i coefficienti di consumo *pro-capite* del primo e del secondo bene avevano quando l'economia cresceva in condizioni di età dell'oro, cioè fino al tempo $t = 0$. A tale data però nel sistema economico si stabiliscono dei nuovi prezzi: $p_1(0)$ e $p_2(0)$ il cui livello è dato dalle (2.4.2) e (2.4.3) del paragrafo precedente. A questi nuovi prezzi i lavoratori hanno o meno la possibilità di effettuare gli stessi acquisti dei due beni che effettuavano prima che il progresso tecnico variesse le condizioni in cui si svolge la produzione? In ogni momento di tempo $t = \vartheta$, precedente al momento $t = 0$ in cui si ha la variazione nel coefficiente di lavoro del primo settore, il valore del consumo *pro-capite*, che indichiamo con: $c(\vartheta)$ era definito da:

$$(1) \quad c(\vartheta) = \bar{a}_{1n} p_1(\vartheta) + \bar{a}_{2n} p_2(\vartheta) = \bar{a}_{1n} [a_{n1} + \varepsilon \alpha_{n1}] + \bar{a}_{2n} [a_{n2} + \varepsilon \alpha_{n2}] \quad \text{per: } \vartheta < 0$$

Se i due settori dei beni di consumo crescono proporzionalmente, il saggio di crescita del consumo *pro-capite* in termini reali sarà dato dal saggio a cui crescono entrambi i coefficienti di consumo (gli $a_{in}(t)$, con $i = 1, 2$) che è stato determinato nel I cap. (si veda il § 3). Se invece i consumi non crescono allo stesso saggio, si avrà il ben noto problema di quale numero indice utilizzare per misurare il saggio di crescita del consumo *pro-capite*.

Passiamo ora a considerare quale andamento debba registrare il valore globale dell'investimento affinché si abbia equilibrio settoriale e si mantenga sempre la piena occupazione della forza-lavoro. Per definizione, il valore: I dell'investimento globale è dato da:

$$(2.5.5) \quad I = \pi_1 \dot{\xi}_1 + \pi_2 \dot{\xi}_2 = \alpha_{n1} \dot{x}_1 + \alpha_{n2} \dot{x}_2$$

dove si sono utilizzate le definizioni di π_1 e π_2 date dalle (2.1.2) ponendo, come sopra: $w = 1$, e dove si è tenuto conto che, stante l'equilibrio settoriale, la produzione di beni strumentali deve eguagliare la domanda degli stessi per cui si ha che: $\xi_i = \dot{x}_i$.

Esaminando la (2.5.5) si potrebbe essere indotti a pensare che il valore dell'investimento globale potrebbe subire delle variazioni

dove si è sostituito al posto di $p_1(\vartheta)$, $p_2(\vartheta)$ i livelli dei prezzi al tempo $t = \vartheta < 0$. Il valore del consumo *pro-capite* al tempo $t = 0$, nel caso che ciascun consumatore effettui gli stessi acquisti che effettuava in ogni tempo: $t = \vartheta < 0$, è invece definito da:

$$(2) \quad c(0) = \bar{a}_{1n} p_1(0) + \bar{a}_{2n} p_2(0) = \bar{a}_{1n} \left[\rho a_{n1} + (1 - \rho) \frac{a_{n1} \beta \alpha_{n1}}{\alpha_{n1} \beta + \alpha_{n2}} + \varepsilon \alpha_{n1} \right] + \\ + \bar{a}_{2n} \left[a_{n2} + (1 - \rho) \frac{a_{n1} \beta \alpha_{n2}}{\alpha_{n1} \beta + \alpha_{n2}} + \varepsilon \alpha_{n2} \right]$$

dove i valori di: $p_1(0)$, $p_2(0)$, sono stati sostituiti dalle (2.4.2) e (2.4.3) del § 4 avendo tenuto debito conto della definizione di $r(0)$ data dalla (2.2.10) del § 2.

Si noti ora che la relazione (2) può essere scritta come:

$$(3) \quad c(0) = \bar{a}_{1n} [a_{n1} + \varepsilon \alpha_{n1}] + \bar{a}_{2n} [a_{n2} + \varepsilon \alpha_{n2}] + \left\{ -(1 - \rho) \bar{a}_{1n} a_{n1} + \right. \\ \left. + (1 - \rho) \bar{a}_{1n} \frac{a_{n1} \beta \alpha_{n1}}{\alpha_{n1} \beta + \alpha_{n2}} + (1 - \rho) \bar{a}_{2n} \beta \frac{a_{n1} \alpha_{n2}}{\alpha_{n1} \beta + \alpha_{n2}} \right\}$$

Ora, ricordando che, per ipotesi, β è il rapporto tra il consumo *pro-capite* dei due beni, per cui: $\bar{a}_{2n} \beta = \bar{a}_{1n}$, si può osservare che l'espressione entro parentesi graffe nella (3) è uguale allo zero. Confrontando quindi la (3) con la (1) si vede che: $c(0) = c(\vartheta)$, è perciò che il potere di acquisto dei consumatori non è variato da $t = \vartheta$ a $t = 0$.

se, a certi momenti di tempo, ad es. $t = \tau$, a seguito di variazioni nella struttura dei consumi, venissero a variare anche le proporzioni in cui i diversi beni capitali debbono essere prodotti. A titolo di esempio, si pensi ad un sistema economico in cui i consumi dei due beni erano cresciuti allo stesso saggio fino al tempo $t = 0$ ed in cui, a tale data, i consumatori decidono di accrescere il consumo del primo bene in misura superiore a quello del secondo. Ciò comporterà che la produzione di beni d'investimento, d'ora in avanti, dovrà crescere nel primo settore a saggi più elevati che nel secondo. Non potrebbero queste variazioni nella struttura della produzione dei beni di investimento far variare il valore globale dell'investimento stesso? La risposta è negativa. Nelle nostre ipotesi infatti, fintantoché la piena occupazione viene mantenuta, se il valore dei beni di investimento prodotti dal primo settore aumenta di un certo ammontare, dello stesso ammontare diminuisce il valore della produzione di beni di investimento prodotti dal secondo settore.

Per dimostrare questa affermazione incominciamo col differenziare rispetto ad \dot{x}_1 l'espressione (2.5.5) al tempo $t = \tau$. Così facendo si ottiene:

$$(2.5.6) \quad \frac{\partial I}{\partial \dot{x}_1} = \alpha_{n1} + \alpha_{n2} \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{x}_1}$$

Ma se ora si differenzia, sempre rispetto ad \dot{x}_1 e sempre al tempo $t = \tau$, la condizione di piena occupazione, cioè la (2.3.1) del § 3, si può ottenere: $\left[\frac{\partial \dot{x}_2}{\partial \dot{x}_1} \right]_{t=\tau} = -\frac{\alpha_{n1}}{\alpha_{n2}}$, per cui si può concludere che: $\left[\frac{\partial I}{\partial \dot{x}_1} \right]_{t=\tau} = 0$.

Si può quindi affermare che, nel nostro modello, il valore dell'investimento dipende soltanto dalla crescita della forza-lavoro e dal progresso tecnico che fa variare le condizioni tecniche di produzione. Esso invece non dipende dalle proporzioni in cui i diversi beni di investimento vengono prodotti.

La stessa conclusione vale evidentemente anche nei confronti del livello del reddito globale in quanto anche il valore del consumo globale non è influenzato dalle proporzioni in cui i beni vengono prodotti.

Si possono avere ulteriori indicazioni sull'andamento dell'investimento in relazione al reddito e al consumo, considerando l'andamento della distribuzione del reddito tra lavoratori e capitalisti. Infatti, nelle ipotesi effettuate fin dal § 2 di questo capitolo, il rap-

porto tra l'investimento e il reddito eguaglia la quota di reddito che viene attribuita ai capitalisti. Indicando quindi i profitti con P e il reddito con Y , e tenendo conto delle (2.5.3) e (2.5.5), possiamo scrivere:

$$(2.5.7) \quad \frac{I}{C+I} = \frac{P}{Y} = \frac{\alpha_{n1} \dot{x}_1 + \alpha_{n2} \dot{x}_2}{a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \alpha_{n1} \dot{x}_1 + \alpha_{n2} \dot{x}_2 + \alpha_{n1} \dot{x}_1 + \alpha_{n2} \dot{x}_2}$$

Per i nostri scopi, è conveniente esaminare il reciproco di questa espressione che si può scrivere come:

$$(2.5.8) \quad \frac{Y}{P} = 2 + \frac{a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2}{\alpha_{n1} \dot{x}_1 + \alpha_{n2} \dot{x}_2}$$

Utilizzando quest'ultima espressione è facile analizzare l'andamento della quota di reddito attribuita ai capitalisti quando il progresso tecnico fa variare le tecniche produttive diminuendo qualche coefficiente di lavoro. Supponiamo per es. che, al tempo $t = \tau$, si abbia una riduzione in uno o in entrambi i coefficienti: a_{ni} mentre i coefficienti: α_{ni} rimangono costanti. Allora, al tempo $t = \tau$, il numeratore della frazione che appare al secondo membro della (2.5.8) che, se si ricordano i significati dei vari simboli, rappresenta l'ammontare di forza-lavoro occupata nei settori che producono beni di consumo, ha un valore inferiore a quello che avrebbe altrimenti avuto. Ciò significa che l'occupazione nei settori che producono beni di investimento (cioè il denominatore della frazione) deve essere più elevata di quella che altrimenti sarebbe stata perché, se così non fosse, si verrebbe ad originare della disoccupazione. Quindi una riduzione negli a_{ni} provoca, al tempo $t = \tau$, una riduzione in: Y/P e cioè un aumento nella quota di reddito attribuita ai capitalisti.

Se invece, il progresso tecnico riduce soltanto gli α_{ni} allora, al tempo $t = \tau$, l'occupazione offerta dai settori che producono beni di consumo non viene a cambiare perché, a questa data, non si hanno ancora a disposizione i beni capitali necessari ad impiegare lavoratori aggiuntivi per produrre beni di consumo. Ne segue che anche l'occupazione nei settori che producono beni di investimento deve restare al livello che avrebbe avuto in assenza di progresso tecnico. Perciò la quota di reddito attribuita ai capitalisti rimane costante¹⁷. Ma questo accade soltanto perché i beni capitali, secondo

17. Desideriamo notare che, in ogni caso, la produzione di beni di investimento in termini reali deve aumentare anche se, il valore di questa produ-

le nostre ipotesi, non abbisognano di beni capitali per essere prodotti. Quindi, quando in questi settori i coefficienti di lavoro vengono ad essere ridotti, i prezzi dei beni che essi producono sono ridotti nella stessa proporzione. Allora, un valore costante della produzione di beni di investimento, che corrisponde ad un incremento nella quantità di beni capitali prodotti, è sufficiente ad occupare tutta la forza-lavoro, che deve essere occupata nei settori che producono beni di investimento. Se invece questi settori abbisognassero anche di beni capitali, i prezzi dei loro prodotti si ridurrebbero in misura percentualmente inferiore a quella a cui vengono a ridursi le quantità di lavoro necessarie per ottenere un'unità di produzione: ciò in quanto, come è stato visto, la riduzione negli α_{ni} è accompagnata da un aumento del saggio di profitto. Quindi, se i settori che producono beni di investimento debbono mantenere la loro occupazione precedente, il valore della loro produzione deve aumentare. Ma allora è necessario che aumenti il livello del risparmio che viene effettuato dalla collettività e questo, date le nostre ipotesi sulle propensioni al risparmio, implica che aumenti la quota di reddito attribuita ai capitalisti.

Dalla (2.5.8) possiamo anche analizzare l'andamento della distribuzione del reddito dopo la modificazione nei coefficienti di lavoro verificatasi al tempo $t = \tau$. È infatti sufficiente notare che, dopo la modificazione dei coefficienti, la produzione di beni di investimento in termini reali incomincia a crescere ad un saggio superiore a ε , al saggio cioè a cui la forza-lavoro aumenta¹⁸. Ciò significa che i settori dei beni capitali producono più beni di quanti sarebbero sufficienti ad aumentare l'occupazione nei settori dei beni di consumo al saggio ε . Quindi, per utilizzare i nuovi beni capitali, l'occupazione nei settori dei beni di consumo dovrà aumentare di più di quanto aumenta la forza-lavoro disponibile. Ciò significa che la frazione che appare al secondo membro della (2.5.8) deve aumentare e quindi che la quota dei profitti sul reddito nazionale deve diminuire. E tale quota continuerà a diminuire fino a che l'economia non abbia raggiunto la sua configurazione di età dell'oro, cioè fino a che il saggio di crescita degli investimenti non si sarà portato al suo livello di lungo periodo: ε . Il valore costante della quota di

zione rimane costante quando il progresso tecnico interessa soltanto i settori che producono beni capitali.

18. Si vedano i risultati delle analisi svolte nel cap. I specialmente verso la fine del § 3.

reddito che va ai capitalisti in quest'ultimo caso è facilmente determinabile dalla (2.5.8) ponendo: $\dot{x}_i = \varepsilon x_i$, e ricordando che i due settori crescono proporzionalmente.

Concludendo, possiamo affermare che la quota dei profitti sul reddito nazionale si trova normalmente ad un livello superiore a quello che deve avere in condizioni di età dell'oro a tecniche produttive costanti. Essa però tende normalmente a diminuire portandosi verso il livello che deve avere in età dell'oro a tecniche costanti. Ma, quando il progresso tecnico modifica le condizioni produttive, la quota dei profitti viene ad essere subitaneamente aumentata e, da questo nuovo livello, riprende a scendere verso il suo livello di equilibrio di lungo periodo (età dell'oro). Queste conclusioni sono del tutto simili a quelle a cui eravamo pervenuti esaminando l'andamento del saggio del profitto.

6. L'andamento dei prezzi relativi.

Dalle relazioni (2.1.1) e (2.1.2) del § 1 è possibile calcolare l'andamento dei prezzi relativi. Ad es., possiamo arrivare alle espressioni che seguono:

$$(2.6.1) \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{a_{n1} w + r \pi_1}{a_{n2} w + r \pi_2}$$

$$(2.6.2) \quad \frac{\pi_1}{\pi_2} = \frac{\alpha_{n1} w}{\alpha_{n2} w} = \frac{\alpha_{n1}}{\alpha_{n2}}$$

Non è necessario che noi effettuiamo alcun commento sull'andamento del prezzo di un bene capitale relativamente a quello dell'altro, a causa della nostra ipotesi semplificatrice che i beni capitali non richiedono beni capitali per essere prodotti. Il livello del saggio di profitto non può quindi influenzare i prezzi di questi beni. Abbiamo perciò una teoria pura del *valore-lavoro*, siamo cioè in grado di affermare che i prezzi relativi dei beni capitali sono determinati dal rapporto tra le quantità di lavoro necessarie alla loro produzione. Ne segue quindi che, per descrivere l'andamento di questi prezzi relativi, è sufficiente conoscere come si muovono nel tempo i coefficienti di lavoro settoriali.

La situazione è evidentemente molto diversa quando passiamo ad esaminare l'andamento dei prezzi relativi dei beni di consumo. Infatti, in questo caso, per descrivere l'andamento temporale del prezzo di ciascun bene relativamente a quello dell'altro bene, dobbiamo tenere in considerazione non soltanto le variazioni che si hanno

nelle tecniche produttive (cioè le variazioni dei diversi coefficienti di lavoro) ma anche le variazioni che si hanno nel saggio del profitto. Ciò può essere facilmente compreso se si sostituisce nella (2.6.1) le definizioni dei prezzi dei beni capitali: π_i , date dalle (2.1.2), per ottenere:

$$(2.6.3) \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{a_{n1} + r \alpha_{n1}}{a_{n2} + r \alpha_{n2}}$$

Consideriamo innanzitutto l'influenza del saggio di profitto. La (2.6.3) mostra che, in generale, i prezzi relativi cambiano quando cambia il saggio del profitto. Questo fatto è per noi della massima importanza perché abbiamo già visto come, nel nostro modello, il saggio di profitto non rimane costante ma varia nel tempo.

È tuttavia ben noto che c'è un caso in cui i movimenti del saggio di profitto non hanno alcuna influenza sui prezzi relativi. Questo avviene quando i due settori che producono i beni di consumo hanno la stessa *intensità capitalistica*. Definiamo come intensità capitalistica del settore *i.mo* dei beni di consumo il rapporto: $\frac{\alpha_{ni}}{a_{ni}}$, cioè il rapporto tra il coefficiente di lavoro dei beni di investimento e il coefficiente di lavoro dei beni di consumo. Questo perché il rapporto: $\frac{\alpha_{ni}}{a_{ni}}$ eguaglia, nelle nostre ipotesi, il rapporto tra il valore del capitale investito per unità di produzione dell'*i.mo* bene di consumo e il monte salari pagato direttamente o indirettamente per unità di produzione di tale settore (il saggio di salario essendo uguale a 1).

Ora, quando i due settori hanno la stessa intensità capitalistica, quando cioè:

$$(2.6.4) \quad \frac{\alpha_{n1}}{a_{n1}} = \frac{\alpha_{n2}}{a_{n2}}$$

è facile dimostrare che qualsiasi variazione del saggio di profitto non fa variare i prezzi relativi¹⁹. Se invece il primo settore ha un'in-

19. Quanto viene affermato nel testo può essere facilmente dimostrato differenziando la (2.6.3) rispetto ad r ed ottenendo così:

$$\frac{d p_1/p_2}{d r} = \frac{\alpha_{n1} (a_{n2} + r \alpha_{n2}) - \alpha_{n2} (a_{n1} + r \alpha_{n1})}{(a_{n2} + r \alpha_{n2})^2} = \frac{\alpha_{n1} a_{n2} - \alpha_{n2} a_{n1}}{(a_{n2} + r \alpha_{n2})^2}$$

Questa espressione mostra che: $\frac{d}{dr} (p_1/p_2)$ è maggiore, uguale o minore di

tensità capitalistica più elevata del secondo (se cioè: $\frac{\alpha_{n1}}{a_{n1}} > \frac{\alpha_{n2}}{a_{n2}}$), il prezzo del primo bene diminuisce relativamente a quello del secondo quando il saggio del profitto diminuisce. Il contrario accade quando: $\frac{\alpha_{n1}}{a_{n1}} < \frac{\alpha_{n2}}{a_{n2}}$.

Sulla base di queste considerazioni, fintantoché i coefficienti di lavoro dei diversi settori non vengano a variare, è possibile descrivere quali siano gli effetti, sull'andamento dei prezzi relativi, del processo di caduta tendenziale del saggio di profitto di cui abbiamo già parlato. Ma che cosa viene a verificarsi quando una variazione di uno o più coefficienti di lavoro, dovuta al progresso tecnico, spinge verso l'alto il saggio di profitto?

Per semplificare la trattazione, assumiamo che, al tempo $t = 0$, in una economia che cresceva in età dell'oro in condizioni tecniche costanti, si verifichi una riduzione *una tantum* nel coefficiente di lavoro del primo settore dei beni di consumo. Come al solito, supponiamo che a_{n1} diventi ρa_{n1} , con $\rho < 1$.

Come già sappiamo, questo fatto provoca un subitaneo innalzamento del saggio di profitto che prima si trovava al livello ε , dato dal saggio di crescita della forza-lavoro cioè dal saggio a cui l'economia stava crescendo prima del tempo $t = 0$.

L'effetto totale sui prezzi relativi della variazione nel coefficiente di lavoro del primo settore può essere separato in due effetti:

a) l'effetto che la modificazione del coefficiente di lavoro provoca *direttamente*;

b) l'effetto che la modificazione del coefficiente di lavoro provoca *indirettamente*, cioè tramite la variazione del saggio di profitto.

Per misurare l'intensità dell'effetto indicato sub a) preso isolatamente assumiamo, per un momento, che *dopo* la modificazione del

zero a seconda che α_{n1}/a_{n1} sia maggiore, uguale o minore di α_{n2}/a_{n2} . Dovrebbe essere chiaro in che relazione stia questo risultato con il problema della ricerca di uno « *standard* invariabile dei valori » che tanto angustiò D. Ricardo. Cfr., a questo proposito, l'introduzione di P. SRAFFA alla sua edizione di: *The Works and Correspondence of David Ricardo*, vol. I, *On the Principles of Political Economy and Taxation*, pp. xl-xlix, Cambridge University Press, 1951. Come è ben noto, il problema di uno *standard* invariabile dei valori non fu risolto da Ricardo. La sua soluzione è stata invece trovata da P. SRAFFA, *Produzione di merci a mezzo di merci*, Torino, 1960.

coefficiente di lavoro nel primo settore, l'intensità capitalistica dei due settori sia la stessa. In formule, supponiamo che: $\frac{\alpha_{n1}}{\rho a_{n1}} = \frac{\alpha_{n2}}{a_{n2}}$.

Sotto questa ipotesi, possiamo calcolare il nuovo rapporto tra i prezzi usando il saggio di profitto precedente perché, nella nuova situazione, i diversi livelli a cui può portarsi il saggio di profitto non hanno alcuna influenza sui prezzi relativi. Quindi è possibile affermare che il rapporto tra i prezzi, se si considera soltanto l'effetto diretto della variazione del coefficiente a_{n1} passa, al tempo $t = 0$,

$$\text{da: } \frac{p_1}{p_2} = \frac{a_{n1} + \varepsilon \alpha_{n1}}{a_{n2} + \varepsilon \alpha_{n2}} \quad \text{a: } \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho a_{n1} + \varepsilon \alpha_{n1}}{a_{n2} + \varepsilon \alpha_{n2}}$$

Abbandoniamo ora l'ipotesi che, dopo la variazione in a_{n1} , l'intensità capitalistica dei due settori sia uguale ed assumiamo invece che il primo settore abbia intensità capitalistica inferiore al secondo, cioè assumiamo che:

$$(2.6.5) \quad \frac{\alpha_{n1}}{\rho a_{n1}} < \frac{\alpha_{n2}}{a_{n2}}$$

In questo caso, come è stato già visto, $\frac{d}{dr} (p_1/p_2) < 0$, cioè il rapporto tra i due prezzi diminuisce quando il saggio del profitto aumenta. Quindi, se indichiamo con $r(0) > \varepsilon$ il livello a cui si porta il saggio del profitto al tempo $t = 0$ [livello che è dato dalla (2.2.10) già vista nel § 2 sopra], possiamo affermare che:

$$(2.6.6) \quad \left(\frac{p_1}{p_2} \right)_{t=0} = \frac{\rho a_{n1} + r(0) \alpha_{n1}}{a_{n2} + r(0) \alpha_{n2}} < \frac{\rho a_{n1} + \varepsilon \alpha_{n1}}{a_{n2} + \varepsilon \alpha_{n2}}$$

il che significa che, al tempo $t = 0$, il prezzo del primo bene di consumo in termini del secondo, ha una riduzione maggiore di quella che avrebbe avuto per l'effetto indicato sub a) preso da solo.

Si può inoltre notare che se, dopo $t = 0$, non si ha più alcuna modificazione nei vari coefficienti di lavoro, il saggio del profitto avrà un andamento decrescente e tenderà, al limite, a portarsi al valore ε . Quindi anche il rapporto tra i prezzi si modificherà e tenderà ad un valore limite dato da:

$$(2.6.7) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho a_{n1} + \varepsilon \alpha_{n1}}{a_{n2} + \varepsilon \alpha_{n2}}$$

Appare quindi evidente che il rapporto tra i prezzi tende, al passare del tempo, ad assumere il valore che esso avrebbe avuto se non ci fosse stato l'effetto della modificazione nel saggio del profitto. Ciò discende da quanto detto precedentemente, e cioè che le variazioni del saggio del profitto hanno natura transitoria.

In conclusione, se il primo settore ha una intensità capitalistica inferiore a quella del secondo, una riduzione nel coefficiente di lavoro del primo settore farà sì che, inizialmente il prezzo relativo del primo bene in termini del secondo, si porti ad un livello più basso di quello che esso dovrebbe avere in condizioni di equilibrio e di piena occupazione alle nuove tecniche disponibili. Ma, se non vengono a verificarsi ulteriori variazioni nei vari coefficienti di lavoro, il prezzo relativo del primo bene tenderà ad aumentare avvicinandosi indefinitamente al suo valore di equilibrio di piena occupazione.

È evidente che, se considerassimo il caso in cui il primo settore ha una intensità capitalistica superiore a quella del secondo, dovremmo soltanto rovesciare le nostre conclusioni.

Dovrebbe anche essere chiaro che la procedura fino ad ora eseguita può essere utilizzata anche per analizzare gli effetti, sui prezzi relativi dei beni di consumo, di modificazioni nei coefficienti di lavoro dei settori che producono beni capitali. Non occorre inoltre cambiare sostanzialmente il metodo di analisi per valutare gli effetti di variazioni nei coefficienti di lavoro che possono verificarsi dopo il tempo $t = 0$. L'unica cosa che occorre tener presente è che, quando si hanno nuove variazioni nei coefficienti, il saggio del profitto non si trova, come fino ad ora abbiamo supposto, al suo valore minimo: ϵ , ma si trova ad un valore più elevato che però è perfettamente determinabile sulla base dell'analisi svolta nel precedente § 2.

7. *L'andamento dei coefficienti di consumo «pro-capite».*

Fino ad ora non abbiamo prestato molta attenzione alle variazioni della struttura dei consumi al passare del tempo. Queste variazioni erano state considerate come fenomeni di natura esogena. Infatti, nel § 6 del cap. I, si era effettuata l'ipotesi che, per ragioni esogene, a certi momenti di tempo dati, il rapporto tra gli incrementi delle domande *pro-capite* dei diversi beni venisse a variare in modo noto. Si era però affermato che questa ipotesi era effettuata in via provvisoria sia per rendere più semplice la trattazione, sia per rendere chiaro come il metodo d'analisi sviluppato nel primo capitolo possa

essere utilizzato per determinare l'andamento delle quantità prodotte qualunque sia la teoria della domanda di beni di consumo che si voglia accettare.

È però opportuno che ora rinunciamo all'ipotesi che le variazioni nella struttura dei consumi avvengano in modo esogeno. Ci sembra infatti che, in un modello di sviluppo, non sia possibile fare questa ipotesi perché è noto che molte delle variabili al cui andamento siamo stati fino ad ora interessati hanno una influenza determinante sulla struttura dei consumi.

È opportuno, a questo proposito, prendere le mosse dalla tradizionale teoria della domanda di beni da parte dei consumatori²⁰. Da questa teoria sappiamo che la domanda di ciascun bene *i.mo* da parte del consumatore *j.mo*, che indichiamo con D_{ij} , è una funzione dei prezzi dei diversi beni (p_1 e p_2 nel nostro caso) e del reddito del consumatore: Y_j . Tale funzione è omogenea di grado zero nei suoi argomenti. Quindi, considerando il primo bene di consumo come *numerario*²¹ (ponendo quindi il suo prezzo pari all'unità: $p_1 = 1$), e indicando con M il numero dei consumatori, possiamo scrivere:

$$(2.7.1) \quad D_{ij} = f_j \left(Y_j, \frac{p_2}{p_1} \right) \quad i = 1, 2 \quad ; \quad j = 1, 2 \dots M$$

Ora, sommando per tutti gli individui queste funzioni di domanda individuale, si può arrivare a determinare la funzione di domanda globale di ciascun bene *i.mo*. È facile verificare come tale funzione dipenda dai prezzi relativi e dai livelli dei redditi dei singoli individui: $Y_1, Y_2 \dots Y_M$. Naturalmente, per gli scopi del nostro modello, non è possibile tener conto di tutti i redditi individuali. D'altra parte, non si può considerare la domanda aggregata di ogni bene *i.mo* come dipendente soltanto dai prezzi relativi e dal livello del reddito globale ($Y = \sum_{j=1}^M Y_j$) perché, così facendo, verremmo a trascurare l'influenza che differenti distribuzioni del

20. Si veda, per es., J. R. HICKS, *Value and Capital*, Oxford University Press, 1939; P. A. SAMUELSON, *Foundations of Economic Analysis*, Harvard University Press, Cambridge Mass., 1948. Una trattazione più moderna si può trovare in G. DEBREU, *Theory of Value*, New York, 1959. Si veda anche H. S. HOUTHAKKER, *The Present State of Consumption Theory: a Survey Article*, «Econometrica», ott. 1961.

21. Se il primo bene di consumo è considerato come *numerario*, tutti i valori sono espressi in termini di tale bene. Quindi il saggio di salario è determinato in modo che risulti valida la condizione seguente: $p_1 = (a_{n1} + r \alpha_{n1}) w = 1$.

reddito tra gli individui hanno sulla domanda dei singoli beni ²². Per ovviare a questa difficoltà, formuliamo l'ipotesi che, per tener conto dell'influenza che diverse distribuzioni del reddito possono avere sulle domande globali dei diversi beni, sia sufficiente tener conto di come varia la distribuzione del reddito tra percettori di salari e percettori di profitti. In tale modo, è possibile esprimere la domanda globale di ciascun bene *i.mo* come funzione, oltre che dei prezzi relativi, anche del livello del reddito globale e della sua distribuzione tra salariati e percettori di profitti.

Indicando quindi con δ la quota del reddito globale che viene attribuita ai salariati e con D_i la domanda globale del bene *i.mo*, l'ipotesi che abbiamo appena effettuata ci permette di scrivere:

$$(2.7.2) \quad D_i = \varphi_i \left(Y, \delta, \frac{p_2}{p_1} \right) \quad i = 1, 2$$

Assumiamo inoltre che il livello della domanda *pro-capite* di ciascun bene *i.mo* dipenda dal livello del reddito *pro-capite*, oltre a dipendere dalla sua distribuzione e dai prezzi relativi. Più precisamente, assumiamo di poter descrivere il comportamento dell'insieme dei consumatori (che, nelle nostre ipotesi, rappresentano l'insieme della popolazione attiva) per mezzo del comportamento di un *consumatore rappresentativo* ²³. Il reddito a disposizione di questo consumatore rappresentativo è quello medio dell'insieme dei consumatori e la domanda dei diversi beni da parte del consumatore rappresentativo, data una certa distribuzione del reddito, è quella media dei consumatori. In termini matematici, questa ipotesi si esprime assumendo che ciascuna funzione φ_i sia omogenea di primo grado nella variabile Y . Quindi indicando con a_{in} la domanda *pro-capite* del bene *i.mo*, cioè la domanda del consumatore rappresentativo ($a_{in} = D_i/M$) e con y il reddito *pro-capite* ($y = Y/M$), si può scrivere:

$$(2.7.3) \quad a_{in} = \varphi_i \left(y, \delta, \frac{p_2}{p_1} \right) \quad i = 1, 2$$

22. Questa procedura sarebbe corretta soltanto se la distribuzione del reddito tra i diversi individui non venisse mai a variare, cioè se: $Y_j = \alpha_j Y$, dove α_j sono costanti e dove: $j = 1, 2 \dots$ M. Cfr. H. WOLD, *Demand Analysis, a Study in Econometrics*, New York, 1953, cap. 7.

23. Il concetto di consumatore rappresentativo ha, nella nostra analisi, lo stesso ruolo che il concetto di *impresa rappresentativa* ha nell'analisi marshalliana della produzione. Cfr. A. MARSHALL, *Principles of Economics*, 8ª ediz., London, 1920, rist. del 1949, libro IV, cap. XIII, § 2, e *passim*.

Assumendo ora, per il momento, che le funzioni φ_i non vengano a variare nel tempo e che siano derivabili²⁴, possiamo ottenere:

$$(2.7.4) \quad \dot{a}_{in} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial \gamma} \dot{\gamma} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial \delta} \dot{\delta} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial p_2/p_1} \frac{d}{dt} \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = \\ = \psi_i \left[\gamma, \delta, \frac{p_2}{p_1}; \dot{\gamma}, \dot{\delta}, \frac{d}{dt} \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \right] \quad i = 1, 2$$

da cui si può ricavare:

$$(2.7.5) \quad \frac{\dot{a}_{1n}}{\dot{a}_{2n}} = \frac{\psi_1}{\psi_2} = F \left[\gamma, \delta, \frac{p_2}{p_1}; \dot{\gamma}, \dot{\delta}, \frac{d}{dt} \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \right]$$

Vale la pena di sottolineare che sia i livelli che i saggi di variazione delle variabili elencate sono importanti per spiegare l'andamento di $\dot{a}_{1n}/\dot{a}_{2n}$, cioè l'andamento della struttura dei consumi. Sappiamo, per esempio, che i consumatori se vedono aumentare il proprio reddito, sono indotti ad aumentare il livello dei propri consumi ed anche, presumibilmente, a variare le proporzioni secondo cui consumare i diversi beni. Ma è il livello assoluto del reddito che ha importanza fondamentale nel determinare quanto di questo reddito spendere nell'acquisto di vari beni. Ad esempio, uno stesso incremento di reddito verrà per lo più speso nell'acquisto di generi alimentari quando il livello assoluto del reddito è molto basso, ma verrà speso principalmente nell'acquisto di beni di consumo durevole quando il livello del reddito è sufficientemente elevato.

Argomentazioni dello stesso tipo valgono anche con riferimento alle altre variabili. Consideriamo, per esempio, una variazione nella distribuzione del reddito a favore dei salariati. Si ha innanzitutto un aumento nel reddito *pro-capite* della classe lavoratrice.

24. La possibilità che le funzioni φ_i vengano a variare nel tempo sarà considerata nel prossimo § quando verrà esaminato il caso di variazioni nelle φ_i provocate dall'introduzione di qualche bene nuovo. Naturalmente, se si vogliono considerare le possibilità di variazioni nelle φ_i dovute ad altri motivi, basta modificare in alcuni aspetti marginali la trattazione che verrà sviluppata nel prossimo §. Per quanto riguarda l'ipotesi di *differenziabilità* che è stata effettuata nel testo, desideriamo sottolineare che non intendiamo assumere che le φ_i siano differenziabili in ogni punto del campo di definizione. Infatti, come metteremo in luce più oltre, queste funzioni possono avere dei punti di *discontinuità*. Ciò che invece assumiamo è che, qualora ad un tempo $t = \tau$ ci si dovesse trovare di fronte ad uno di questi punti, sia possibile considerare come derivate delle φ_i le loro derivate destre, cioè le derivate in un momento di tempo $t = \tau + d\tau$ successivo al momento $t = \tau$.

Ma è ovvio che gli effetti di questo aumento nel reddito *pro-capite* saranno diversi a seconda dei livelli che esso aveva già raggiunto. Può essere interessante, a questo proposito, far riferimento ad una esperienza italiana. All'inizio degli anni '60, i relativamente elevati aumenti salariali registrati dagli occupati nelle industrie del nord, hanno provocato un aumento nella quota di reddito attribuita ai lavoratori dipendenti. Questa variazione nella distribuzione del reddito ha causato un aumento rilevantissimo della domanda di automobili. Infatti i più elevati saggi salariali hanno fatto sì che un gran numero di lavoratori si sentisse, a ragione o a torto, in grado di permettersi l'acquisto di un automobile. Naturalmente, se gli stessi aumenti salariali si fossero verificati a livelli di reddito *pro-capite* molto più bassi, avrebbero avuto degli effetti completamente diversi.

Considerazioni di questo genere sembrano anche suggerire che i coefficienti di consumo possono registrare delle *discontinuità* nel loro andamento temporale anche se le variabili da cui dipendono variano nel tempo in modo più o meno continuo. I salari dei lavoratori possono aumentare nel tempo in maniera sufficientemente uniforme, però può lo stesso capitare che, in un breve volgere di tempo, un gran numero di lavoratori sentano di aver raggiunto un livello di reddito che permette loro di varcare la « soglia dell'automobile ».

Discontinuità nell'andamento dei coefficienti di consumo possono essere anche provocate da variazioni nei prezzi dei beni. Supponiamo che il prezzo di un bene durevole, ad esempio di una lavatrice, sia inizialmente molto elevato relativamente al reddito *pro-capite* dei salariati. Nessun lavoratore è allora in grado di permettersi l'acquisto di una lavatrice e tale situazione può permanere per periodi di tempo piuttosto lunghi anche se il prezzo della lavatrice viene ad essere ridotto in modo sostanziale.

Però se questo prezzo continua a diminuire, può capitare che, in uno spazio di tempo molto breve, un gran numero di lavoratori ritengano di potersi finalmente permettere l'acquisto della lavatrice. Perciò, in un brevissimo volger di tempo, si può osservare un drastico aumento nella domanda di questo bene.

Inoltre, anche a prescindere da queste ragioni, l'andamento dei coefficienti di consumo sarà probabilmente discontinuo perché le variabili da cui questo andamento dipende possono avere anch'esse degli andamenti discontinui. Nel nostro modello, ad esempio, la distribuzione del reddito e l'andamento dei prezzi relativi cam-

biano in modo discontinuo quando il progresso tecnico viene a variare alcuni coefficienti di *input*. È vero che queste brusche variazioni nei prezzi e nella distribuzione del reddito sono dovute ad alcune particolari ipotesi semplificatrici effettuate nel nostro modello. È possibile quindi che, in realtà, queste variabili abbiano delle variazioni meno repentine di quelle che appaiono dal nostro modello. Però, anche se questo è vero, il nostro modello tende ad indicare che ci sono dei periodi in cui le variabili si modificano molto più rapidamente che in altri, e questo solo fatto può essere sufficiente a determinare delle discontinuità nell'andamento dei coefficienti di consumo.

Ora, dovrebbe essere chiaro che se noi avessimo cercato di introdurre direttamente nel nostro modello una funzione del tipo della (2.7.5) che, come abbiamo visto, può anche essere discontinua nei suoi argomenti, avremmo incontrato delle difficoltà insormontabili. Per questa ragione abbiamo deciso di non incorporare nel modello la funzione (2.7.5) così come è stata scritta, ma di approssimarla, a certi momenti di tempo dati, per mezzo di una *funzione a gradini*. La nostra procedura è quindi la seguente. Al tempo $t = 0$ siamo in grado di calcolare il valore della funzione F indicata nella (2.7.5) sulla base dei valori iniziali (noti) dei suoi argomenti. Chiamiamo β_0 questo valore.

Quindi, assumiamo che: $\dot{a}_{1n}(t)/\dot{a}_{2n}(t) = \beta_0$, per un intero periodo che va da $t = 0$ a $t = \tau_1$. In tal modo siamo in grado di calcolare l'andamento di tutte le variabili endogene del modello fino al tempo $t = \tau_1$. Calcoliamo allora il nuovo rapporto tra i saggi di variazione del consumo dei due beni sulla base della funzione F che lo fa dipendere dai valori assunti dai suoi argomenti al tempo $t = \tau_1$. Indichiamo questo valore con β_1 ed assumiamo che: $\dot{a}_{1n}(t)/\dot{a}_{2n}(t) = \beta_1$, per tutto il periodo che intercorre tra $t = \tau_1$ e $t = \tau_2$. Ricalcoliamoci, con il modello, i valori delle variabili endogene fino al tempo $t = \tau_2$ e ricominciamo nuovamente il processo.

Desideriamo sottolineare che questa procedura appare particolarmente conveniente se si pensa alla possibilità, più sopra indicata, che la funzione F abbia un andamento discontinuo. Inoltre desideriamo ricordare che l'entità delle approssimazioni che l'uso di questa procedura comporta può essere ridotta di quanto si vuole riducendo corrispondentemente la lunghezza degli intervalli per la durata dei quali vengono effettuate le approssimazioni.

Sulla base di ciò che è stato esposto in questo §, siamo in grado di affermare che, nel nostro modello, le modalità secondo cui i coefficienti di consumo *pro-capite* variano non sono date esogenamente ma possono essere determinate dall'interno del modello. La sola cosa che è stata assunta data esogenamente è la forma della funzione F , cioè la struttura delle preferenze dei consumatori. Lo stesso tipo di procedura utilizzato in questo § potrebbe evidentemente essere utilizzato anche se avessimo deciso di accettare una teoria della domanda da parte dei consumatori diversa da quella ora sviluppata. Quindi l'assumere che a certi momenti di tempo, ci sia un dato cambiamento nel rapporto tra le variazioni dei coefficienti di consumo, non significa assumere che la struttura dei consumi non sia influenzata dagli andamenti delle altre variabili economiche, e neppure comporta che si debba accettare una particolare teoria della domanda dei diversi beni da parte dei consumatori.

A quest'ultimo proposito si può infatti osservare che è perfettamente possibile introdurre nello schema fino qui presentato la considerazione di altri fenomeni dinamici che possono influenzare il comportamento dei consumatori. Ad es., si può tener conto che fenomeni di *inerzia*²⁵ possono fare sì che i consumatori, in presenza di variazioni nel livello del proprio reddito, modifichino la struttura dei propri consumi con un certo ritardo. Oppure si può tener conto che le domande dei consumatori possono essere influenzate, oltre che dalle variazioni dei prezzi che si sono effettivamente verificate, anche dalle variazioni che essi *prevedono* si verifichino in futuro.

La considerazione di questi ed altri aspetti può naturalmente richiedere che vengano introdotte ulteriori variabili esplicative nella precedente funzione F . Ad es., per i fenomeni di inerzia occorrerà forse considerare il livello del reddito e le sue variazioni a certi periodi precedenti. Per tener conto dell'influenza delle variazioni dei prezzi previste dai consumatori occorrerà specificare come le aspettative di questi ultimi vengano a formarsi²⁶. La trattazione formale di questi aspetti risulterebbe complicata ma, in linea di principio, una volta che sia specificata la dipendenza della funzione F da tutte queste variabili, non vediamo obiezioni all'uso della procedura fino qui seguita.

25. L. AMOROSO, *Meccanica Economica*, Città di Castello, 1942, pp. 122 segg.

26. A questo proposito può diventare rilevante il concetto di *elasticità delle aspettative* introdotto da J. R. HICKS, *Value and Capital* cit., cap. XVI.

Si può però osservare che, in linea generale, non sembra opportuno assumere che la forma della funzione F rimanga invariata nel tempo. Una variazione nel livello del reddito può infatti provocare variazioni nel *livello di aspirazione* dei consumatori²⁷ e questo fatto può modificare in modo drastico la struttura delle preferenze dei consumatori e quindi la forma della funzione F che da tali preferenze deriva. Altre variazioni nella struttura delle preferenze dei consumatori possono verificarsi perché nel sistema economico si possono manifestare a certi momenti, fenomeni di imitazione, tendenze a seguire la moda, tendenze snobistiche ecc. È quindi opportuno che ci chiediamo se il nostro modello possa essere utilizzato anche in presenza di notevoli variazioni nella struttura delle preferenze dei consumatori. Nel prossimo § esamineremo un caso particolare in cui si hanno di queste variazioni: il caso in cui nel sistema economico venga introdotto un nuovo bene di consumo. Mostreremo allora l'opportunità di formulare *a latere* del modello di sviluppo fino ad ora esaminato, un nuovo modello che sia in grado di determinare come le preferenze dei consumatori vengano a modificarsi. Vedremo quindi come tra questo modello *a latere* e quello di sviluppo si stabiliscano delle strette interrelazioni e come sia possibile tenerne conto. Ora, ci sembra che la procedura che svilupperemo nel prossimo § possa essere utilizzata anche per tener conto degli effetti sulle domande di variazioni nella struttura delle preferenze dei consumatori dovute ad altre ragioni. In linea di principio infatti, le difficoltà che potranno sorgere dovrebbero riguardare la formulazione del modello *a latere* e non la possibilità di utilizzarlo nel contesto del nostro modello di sviluppo.

8. *Preferenze dei consumatori e introduzione di beni nuovi.*

Vogliamo ora vedere come sia necessario modificare l'analisi del § precedente quando si consideri la possibilità che nel sistema economico vengano introdotti dei beni nuovi. In primo luogo, è opportuno distinguere tra l'introduzione di un nuovo bene capitale e l'introduzione di un nuovo bene di consumo. Il metodo d'analisi che verrà sviluppato per questi due casi potrà facilmente essere esteso anche al caso in cui il nuovo bene introdotto possa essere utilizzato sia come bene di consumo che come bene capitale.

27. Cfr. S. LOMBARDINI, *L'analisi della domanda nella teoria economica*, Milano, 1957, p. 120 e *passim*.

Se nel sistema economico, viene introdotto un nuovo bene capitale²⁸, non è necessario apportare alcuna rilevante modificazione all'analisi svolta nel § precedente. Infatti le preferenze dei consumatori non vengono ad essere influenzate *direttamente* dall'introduzione del nuovo bene capitale. Esse vengono ad essere influenzate soltanto *indirettamente* tramite gli effetti che l'introduzione del nuovo bene capitale avrà sul livello del reddito *pro-capite* dei consumatori, e sui prezzi relativi dei beni di consumo che già esistevano. A questi aspetti del problema verrà prestata maggior attenzione in seguito ma, già fin d'ora, possiamo anticipare che riteniamo possibile tener conto degli effetti dell'introduzione di un nuovo bene capitale sui coefficienti di consumo utilizzando la procedura del § precedente.

La situazione è invece molto diversa quando si viene a considerare l'introduzione di un nuovo bene di consumo. Infatti, in questo caso, oltre alla possibilità che i prezzi relativi vengano a variare e che il reddito *pro-capite* venga aumentato, bisogna anche che teniamo in considerazione il fatto che l'introduzione di un nuovo bene di consumo può modificare drasticamente tutta la struttura delle preferenze dei consumatori. Ad es., quando viene introdotto un nuovo bene, i consumatori possono essere indotti a variare i propri gusti incominciando a desiderare più intensamente di prima alcuni beni preesistenti che sono complementari al bene nuovo, e a desiderare molto meno intensamente di prima alcuni altri beni che, a parere dei consumatori, possono essere vantaggiosamente sostituiti dal bene nuovo.

Inoltre si deve anche tener conto che i consumatori non possono avere un'idea precisa sull'utilità che essi potrebbero ricavare da un bene il cui consumo non è stato da essi mai effettuato prima, da un bene di cui essi potevano aver addirittura ignorato l'esistenza o di cui non sentivano affatto il bisogno²⁹. All'inizio, questo bene

28. L'introduzione di un nuovo bene capitale ha, per il nostro modello, l'effetto di far variare alcuni dei coefficienti di lavoro.

29. L. L. PASINETTI, *A New Theoretical Approach* cit., p. 634, sottolinea il fatto che in una economia in sviluppo i consumatori sono sempre posti di fronte a situazioni nuove e quindi afferma che essi non conoscono mai le proprie preferenze ma debbono apprenderle man mano. Questa considerazione è particolarmente importante quando si tratta di un bene completamente nuovo perché, in tal caso, un consumatore non può neppure basarsi sull'esperienza di altri consumatori per farsi un'idea dell'utilità che egli potrebbe derivare dal consumo del bene nuovo.

nuovo verrà presumibilmente acquistato da uno sparuto gruppo di « consumatori pionieri »³⁰ mentre la maggior parte degli altri consumatori preferirà un atteggiamento di attesa. Quindi il nuovo bene incomincerà coll'essere richiesto in misura limitata e, per un certo tempo, la sua domanda si incrementerà a saggi relativamente bassi. Ma, a seguito di fenomeni di *imitazione*, questi saggi di crescita tendono a diventare sempre più elevati via via che aumenta la diffusione del nuovo bene tra i consumatori. Si ha quindi un periodo in cui la domanda del nuovo bene tende ad aumentare a saggi via via crescenti. Ma, ovviamente, questo periodo non può durare indefinitamente. Presto o tardi si arriverà ad una situazione in cui si incominceranno a sentire, in modo sempre più evidente, effetti di saturazione o di quasi saturazione del mercato. Il saggio di crescita della domanda del bene nuovo tende, corrispondentemente, a ridursi.

È possibile descrivere un comportamento di questo genere per mezzo di modelli del tipo di quelli utilizzati per spiegare come una malattia infettiva si propaga in una coltivazione di batteri. I consumatori che acquistano il bene nuovo diventano il veicolo di propagazione della malattia (desiderio del bene nuovo) e il livello di saturazione è raggiunto quando sono stati contagiati tutti i batteri che potevano esserlo (cioè quando tutti i consumatori che possono permettersi l'acquisto del nuovo bene lo acquistano³¹).

Un modello di questo genere sembra particolarmente utile per analizzare in quale modo i consumatori vengano a « scoprire » la dinamica delle proprie preferenze per beni che prima essi non conoscevano se questi beni sono durevoli. Ma ci sembra che siano necessarie solo modificazioni di scarsa rilevanza per utilizzare un tale tipo di modello anche con riferimento a beni non durevoli.

Le considerazioni svolte fino ad ora hanno messo in luce che l'andamento dei consumi *pro-capite* non sono influenzati soltanto dall'andamento del reddito *pro-capite*, della sua distribuzione e dal-

30. Su questa linea di pensiero si veda anche: R. MARRIS, *The Economic Theory of « Managerial » Capitalism* cit., cap. IV, specialmente alle pp. 133-149.

31. Un modello di questo tipo è stato utilizzato da IRES-ITACONSULT-SEMA, *Struttura e prospettive economiche di una regione*, Milano, 1962, pp. 645-656, per prevedere la diffusione dei vestiti confezionati. Un modello di questo tipo è stato anche elaborato da E. Mansfield per analizzare la rapidità con cui le nuove tecniche produttive vengono introdotte dalle imprese operanti in un dato settore. Cfr. E. MANSFIELD, *Technical Change and the Rate of Imitation*, « Econometrica », ottobre 1961.

l'andamento dei prezzi relativi, ma dipendono anche dal meccanismo secondo il quale i consumatori vengono a formare le proprie preferenze.

Ora, ci sembra di poter essere legittimati a non approfondire ulteriormente l'analisi della formazione delle preferenze dei consumatori nel contesto del nostro modello. Ci sembra cioè di poter assumere che, in qualche modo, possa essere costruito, *a latere* del modello di sviluppo, un modello del tipo di quello proposto, che possa essere utilizzato per determinare come i coefficienti di consumo, sia dei beni nuovi che di quelli vecchi, si vengano a modificare in funzione degli andamenti del reddito *pro-capite*, della sua distribuzione e del sistema dei prezzi. In altre parole, questo modello dovrebbe essere in grado di determinare, ad ogni momento di tempo t , le seguenti funzioni:

$$(2.8.1) \quad \frac{\dot{a}_{in}}{\dot{a}_{n3}} = F_i \left[\gamma, \delta, \frac{p_2}{p_1}, \frac{p_3}{p_1}; \dot{\gamma}, \dot{\delta}, \frac{d}{dt} \left(\frac{p_2}{p_1} \right), \frac{d}{dt} \left(\frac{p_3}{p_1} \right); t \right] \quad i = 1, 2.$$

dove il terzo bene è quello di una nuova introduzione, dove p_1 è considerato come numerario e dove gli altri simboli hanno il significato usuale.

Vogliamo sottolineare il fatto che le funzioni (2.8.1) sono funzioni *esplicite* del tempo. Ciò allo scopo di tener conto che il tempo trascorso dal momento in cui il nuovo bene è stato introdotto ha notevole importanza per determinare la diffusione del nuovo bene tra i consumatori e per determinare quindi la forma delle funzioni F_i .

Siamo ora in una posizione in cui è possibile applicare la procedura proposta nel § precedente. Infatti, dal modello di sviluppo, possiamo conoscere i valori degli argomenti delle funzioni F_i al momento in cui il nuovo bene viene introdotto (al momento $t = \tau_1$, per es.). Questi valori possono essere inseriti nella (2.8.1) e ci permettono così di calcolare il valore delle F_i al momento $t = \tau_1$. Si assume quindi che le funzioni F_i mantengano questi valori durante tutto il periodo che va da $t = \tau_1$ a $t = \tau_2$. È allora possibile utilizzare il nostro modello di sviluppo per determinare i valori degli argomenti delle F_i fino al tempo $t = \tau_2$. Siamo perciò in grado di ricalcolare i valori delle F_i al tempo $t = \tau_2$ e di fare ricominciare il nostro processo.

La differenza con la procedura sviluppata nel § precedente è che allora avevamo un processo di soluzione a retroazione (*feed-back*)

che procedeva, nell'ordine, dal modello di sviluppo, alla funzione F_i e, di nuovo, al modello di sviluppo. Ora invece abbiamo un altro tipo di *feed-back* che procede dal modello di sviluppo ad un modello che dà come soluzioni le funzioni F_i , e quindi ritorna, di nuovo, al modello di sviluppo ³².

9. *Alcune considerazioni sull'andamento delle domande settoriali quando vengono introdotti nuovi beni.*

A prescindere dal processo secondo il quale le preferenze dei consumatori vengono a formarsi e di cui si è detto qualche cosa nel § precedente, desideriamo ora aggiungere alcune osservazioni riguardanti l'influenza dell'introduzione di nuovi beni sull'andamento della domanda dei consumatori per i beni preesistenti.

In particolare, desideriamo ora tener conto del fatto che l'introduzione dei nuovi beni può modificare le tecniche di produzione di qualche bene preesistente. Le tecniche possono venir a cambiare perché può risultare profittevole usare il nuovo bene, sia come bene intermediario sia come bene capitale, al posto di qualche bene preesistente nel processo di produzione di qualche bene finale che già veniva prodotto nel sistema.

Ora, nel nostro modello, le transazioni per beni intermediari non vengono considerate esplicitamente. Esse sono considerate soltanto in modo implicito in quanto concorrono a determinare i livelli dei coefficienti di lavoro sia nei settori che producono beni di consumo che in quelli che producono i corrispondenti beni capitali.

Qual è l'influenza, sulla domanda dei beni preesistenti, di variazioni in questi coefficienti di lavoro determinata dall'introduzione di nuovi beni? Questo è il problema a cui volgiamo ora la nostra attenzione.

Iniziamo la nostra analisi supponendo che venga introdotto un nuovo bene che non può essere direttamente consumato. Tale ipotesi ci permette di eliminare tutti gli effetti relativi alle modi-

32. Per una delle prime applicazioni nel campo dell'economia del concetto *feed-back* si veda A. TUSTIN, *The Mechanism of Economic Systems*, Cambridge Mass., Harvard University Press, 1953. L'autore, in tale lavoro, è interessato allo studio dei fenomeni ciclici. Per una applicazione dei modelli ad autorregolazione (cioè modelli che sono costruiti utilizzando i concetti di *feed-back*) per l'analisi dei sistemi socio-economici nella loro globalità, si veda O. LANGE, *Wholes and Parts, a General Theory of System Behaviour*, Oxford, Pergamon Press, 1965.

ficazioni delle preferenze dei consumatori di cui abbiamo detto nel § precedente.

Inoltre, per semplificare l'analisi, facciamo l'ipotesi, non essenziale alle conclusioni, che l'utilizzazione del nuovo bene sia profittevole nella produzione di uno soltanto dei vecchi beni, ad es. nella produzione del bene prodotto dal primo settore. Quindi si può avere:

a) una riduzione nel coefficiente di lavoro del primo settore dei beni di consumo e/o in quello del settore che produce i beni capitali che vengono utilizzati per produrre il primo bene di consumo;

b) oppure può capitare che uno dei due coefficienti ricordati sub a) aumenti ma l'altro diminuisca in misura tale da rendere possibile una riduzione nel costo di produzione del primo bene di consumo.

Consideriamo prima il caso menzionato sub a). La riduzione in uno o in entrambi i coefficienti di lavoro ha, come si ricorderà, due effetti:

1) quello di permettere un aumento del reddito *pro-capite*;

2) quello di rendere possibile una riduzione del prezzo del primo bene di consumo relativamente a quello dell'altro.

Inoltre, come sappiamo dalla tradizionale teoria del consumatore³³, l'effetto elencato sub 2) può essere separato in un *effetto di reddito*, che viene a rinforzare l'effetto considerato sub 1), e in un *effetto di sostituzione*.

Quindi, fintantoché le preferenze dei consumatori non vengono a modificarsi, come abbiamo più sopra postulato, per determinare l'effetto totale sulla domanda dei consumatori dell'introduzione del nuovo bene, possiamo applicare la teoria tradizionale, utilizzando la procedura sviluppata nel precedente § 7.

A prima vista la situazione può apparire meno chiara quando si vada a considerare il caso riportato sopra sub b). Infatti, mentre la riduzione di un coefficiente di lavoro tende ad aumentare il reddito *pro-capite* in termini reali, l'aumento nell'altro coefficiente tende a diminuirlo. È possibile che l'effetto netto sia una riduzione del reddito *pro-capite* in termini reali? Possiamo sicuramente affermare che ciò non può essere.

33. Cfr. la precedente nota n. 20.

Supponiamo infatti che l'introduzione del nuovo bene provochi i seguenti cambiamenti nei coefficienti di lavoro: a_{n1} diviene $\rho_1 a_{n1}$ e α_{n1} diviene $\sigma_1 \alpha_{n1}$ dove, se $\rho_1 < 1$, allora $\sigma_1 > 1$ e viceversa. Sotto queste ipotesi, per produrre la quantità x_1 del primo bene di consumo e la quantità ξ_1 del primo bene capitale, è necessario impiegare la quantità di lavoro che segue:

$$(2.9.1) \quad L_1 = \rho_1 a_{n1} x_1 + \sigma_1 \alpha_{n1} \xi_1$$

mentre, prima della variazione nei coefficienti di lavoro, per ottenere le stesse produzioni era necessaria la quantità di lavoro seguente:

$$(2.9.2) \quad \bar{L}_1 = a_{n1} x_1 + \alpha_{n1} \xi_1$$

Ne segue che la variazione nelle quantità di lavoro necessarie ad ottenere le quantità di beni postulate è misurata da:

$$(2.9.3) \quad \begin{aligned} L_1 - \bar{L}_1 &= (\rho_1 - 1) a_{n1} x_1 + (\sigma_1 - 1) \alpha_{n1} \xi_1 = \\ &= x_1 \left[(\rho_1 - 1) a_{n1} + (\sigma_1 - 1) \alpha_{n1} \frac{\xi_1}{x_1} \right] \end{aligned}$$

Ora, abbiamo già ipotizzato che le variazioni nei coefficienti di lavoro si abbiano se, e soltanto se, in tal modo, il costo di produzione del primo bene di consumo (che è per ipotesi eguale al suo prezzo di vendita), viene ad essere ridotto. Assumiamo, per il momento, che il saggio del profitto non venga a variare in seguito alla variazione nei coefficienti di lavoro. Quindi, il prezzo del primo bene di consumo che prima era dato da:

$$(2.9.4) \quad \bar{p}_1 = (a_{n1} + r \alpha_{n1}) w$$

diventerà:

$$(2.9.5) \quad p_1 = (\rho_1 a_{n1} + r \sigma_1 \alpha_{n1}) w$$

e, poiché sappiamo che esso deve diminuire, si deve avere:

$$(2.9.6) \quad p_1 - \bar{p}_1 = [(\rho_1 - 1) a_{n1} + (\sigma_1 - 1) \alpha_{n1} r] w < 0$$

Ora, è stato già mostrato che, se le domande dei vari beni da parte dei consumatori crescono tutte ad uno stesso saggio, il saggio di profitto eguaglia il saggio di crescita delle produzioni settoriali. Perciò, sotto tale ipotesi, deve essere $r = \xi_1/x_1$. Ma allora, paragonando la (2.9.3) con la (2.9.6) si può concludere che: $L_1 - \bar{L}_1 < 0$, il che significa che, dopo la variazione nei coefficienti di lavoro, è possibile produrre le stesse quantità di beni utilizzando meno lavoro

di prima. Perciò, occupando la stessa quantità di lavoro, si possono produrre più beni di quanti se ne producevano prima e quindi si può concludere che il reddito *pro-capite* in termini reali deve aumentare.

Questa conclusione non deve essere modificata quando si tenga conto che se: $L_1 - \bar{L}_1 < 0$, il saggio del profitto deve essere aumentato affinché sia possibile provvedere il risparmio che deve finanziare l'investimento necessario per occupare i lavoratori che l'introduzione della nuova tecnica produttiva ha reso sovrabbondanti. Infatti l'effetto di un più elevato saggio del profitto è rilevante *soltanto* quando si considera il livello delle variabili che nel modello sono espresse in valore. In particolare, l'aumento del saggio di profitto si manifesta come un aumento del prezzo del primo bene al di sopra del livello che esso avrebbe altrimenti avuto (si veda l'equazione [2.9.5]). Ma questo aumento nel saggio del profitto non viene a modificare la nostra conclusione basilare: che bastano meno lavoratori di prima per produrre le stesse quantità di beni. Ed inoltre, per quanto sopra dimostrato³⁴, questa nostra conclusione rimane valida anche se, assieme all'introduzione della nuova tecnica produttiva, si ha una variazione nelle proporzioni in cui i diversi beni vengono ad essere prodotti e consumati nel sistema.

Si può quindi concludere affermando che, anche nel caso che è stato ora considerato, possiamo aspettarci sia un incremento del reddito reale *pro-capite* sia una riduzione del prezzo relativo del primo bene. E possiamo anche affermare che gli effetti di queste variazioni possono essere studiati utilizzando la procedura sviluppata nel precedente § 7.

La situazione è invece molto più complicata quando si passi ad analizzare il caso in cui le riduzioni nei coefficienti di lavoro dei diversi settori siano determinate dall'introduzione di un bene che può anche essere consumato direttamente.

In primo luogo infatti, oltre alle considerazioni effettuate fino ad ora, bisogna tener presente che la struttura delle preferenze dei consumatori non può più essere considerata come data dal momento che essa viene a modificarsi nel modo che abbiamo già descritto. Il bene nuovo può infatti essere complementare ad alcuni

34. È stato infatti già dimostrato nel § 5 di questo cap. che una variazione nella struttura della domanda al tempo $t = \tau$ non modifica il livello del reddito a tale data.

beni preesistenti e può quindi stimolare la domanda di quest'ultimi da parte dei consumatori. Al contrario, la domanda di alcuni beni preesistenti può essere influenzata negativamente dall'introduzione del nuovo bene in quanto il consumo di quest'ultimo può sostituire quello dei primi.

Inoltre, si deve anche tener conto del fatto che le somme spese per l'acquisto del nuovo bene da parte dei consumatori rappresentano una riduzione delle somme che i consumatori possono destinare all'acquisto di altri beni provocando in tal modo un effetto di reddito negativo che deve essere valutato in contrapposizione, all'effetto di reddito positivo di cui si è parlato più sopra.

Ma, in linea di principio, una volta che si conosca come la struttura delle preferenze dei consumatori viene a modificarsi durante il processo di sviluppo (si veda il precedente § 8), non vediamo alcuna obiezione all'utilizzazione della tradizionale teoria della domanda per analizzare gli effetti dell'introduzione di un bene nuovo sulle domande dei consumatori.

10. *Progresso tecnico indotto e crescita delle domande settoriali.*

Nella descrizione dell'andamento delle domande dei diversi beni effettuata fino ad ora, non abbiamo tenuto in considerazione che il saggio a cui il progresso tecnico riduce i coefficienti di lavoro nei diversi settori può essere influenzato dalla crescita delle domande settoriali. Eppure abbiamo già messo in luce, nel § 10 del cap. I, che una parte notevole del progresso tecnico che si verifica nei diversi settori può essere, per tutta una serie di ragioni, indotto dalla crescita delle domande settoriali.

Per poter effettuare la trattazione al livello più semplice possibile, ci sia concesso di assumere che:

a) il progresso tecnico si verifichi soltanto nei settori che producono beni di consumo e che l'intensità con cui si verifica sia determinata da una funzione del tipo di quelle assunte nel § 10 del cap. I;

b) il saggio a cui il progresso tecnico avviene per ragioni *esogene* sia uguale in entrambi i settori dei beni di consumo;

c) un dato saggio di crescita della produzione faccia crescere la produttività del lavoro nel primo settore dei beni di consumo ad un saggio più elevato che nel secondo;

d) al tempo $t = 0$ il saggio di crescita della produzione sia uguale nei due settori.

Queste ipotesi possono essere espresse formalmente nel modo che segue:

$$(2.10.1) \quad -\frac{\dot{a}_{ni}}{a_{ni}} = \gamma + \sigma_i \frac{\dot{x}_i}{x_i} \quad i = 1, 2; \quad \sigma_1 > \sigma_2; \quad \frac{\dot{x}_1(0)}{x_1(0)} = \frac{\dot{x}_2(0)}{x_2(0)}$$

$$(2.10.2) \quad \alpha_{ni} = \bar{\alpha}_{ni} = \text{costante} \quad i = 1, 2$$

Sotto queste ipotesi si ha che: $\left| \frac{\dot{a}_{n1}(0)}{a_{n1}(0)} \right| > \left| \frac{\dot{a}_{n2}(0)}{a_{n2}(0)} \right|$, il che significa che il coefficiente di lavoro del primo settore si riduce più rapidamente di quello del secondo. Perciò, ad ogni momento di tempo: $t = \tau_1 > 0$, il primo bene costerà, in termini del secondo bene, meno di quanto costava al tempo $t = 0$.

Assumiamo per il momento che, all'inizio del processo, le elasticità della domanda dei due beni rispetto al reddito siano tra loro uguali. Allora, a causa degli effetti di sostituzione, la domanda del primo bene incomincerà al tempo: $t = \tau_1 > 0$, a crescere più rapidamente della domanda del secondo bene. Ma, in tal modo, si sviluppa un processo cumulativo in quanto la produttività del lavoro nel primo settore crescerà ancora più rapidamente provocando così una più rapida riduzione nel prezzo relativo del primo bene e quindi un più rapido sviluppo della domanda di tale bene.

Ma, naturalmente, questo processo non può durare indefinitamente. Presto o tardi, nel mercato del primo bene, si incominceranno a sentire effetti di quasi saturazione e perciò la produzione del primo bene incomincerà a registrare tassi di crescita inferiori a quelli che si registravano prima, ed inferiori anche a quelli registrati dal secondo settore.

Evidentemente questo processo risulta accelerato o ritardato a seconda che la domanda del primo bene sia più o meno elastica – rispetto al reddito – della domanda del secondo bene.

Lo stesso tipo di processo può verificarsi, assieme agli altri processi di cui si è detto, anche quando un nuovo bene venga ad essere introdotto. Infatti, è ben noto che, nella maggior parte dei settori, si possono avere delle notevoli economie di scala. Ora, quando un nuovo bene viene introdotto, la sua produzione incomincia normalmente su scala piuttosto limitata. Il suo costo, e quindi il suo prezzo di vendita, sono normalmente più elevati di quello che potrebbero altrimenti essere. Ma, man mano che la domanda del nuovo bene aumenta, si amplia la scala di produzione di questo bene. Si possono così realizzare economie di scala che rendono possibili suc-

cessive riduzioni nel prezzo di vendita accelerando in tal modo la crescita della domanda. Questa è un'altra ragione che si aggiunge a quelle precedentemente esaminate e che concorre a spiegare perché la domanda di un bene introdotto da poco tende, per un certo periodo, a crescere in modo accelerato (si veda il § 8 di questo cap.).

È però opportuno notare che, quando nel sistema viene introdotto un terzo bene di consumo (quello nuovo), non siamo più obbligati a supporre che ogni bene sia un sostituto, almeno in senso lato, di ogni altro bene. Infatti il bene nuovo può essere complementare ad uno dei beni precedenti per cui, quando la sua domanda viene accelerata, anche la domanda del suo complementare viene ad essere accelerata. Il processo cumulativo sopra descritto può così originarsi in più di un settore.

11. *Alcune considerazioni sui rapporti capitale-produzione a livello settoriale e a livello globale e sulla neutralità del progresso tecnico.*

Il rapporto capitale-produzione nell'*i.mo* settore dei beni di consumo, che indichiamo con k_i , è definito come il rapporto tra il valore dello stock di capitale richiesto nel settore *i. mo* e il valore della produzione di tale settore. Ricordando che il capitale investito in ciascun settore è misurato in termini di capacità produttiva settoriale, possiamo scrivere:

$$(2.11.1) \quad k_i = \frac{\pi_i x_i}{p_i x_i} = \frac{\pi_i}{p_i} \quad i = 1, 2$$

Ora, utilizzando le definizioni dei prezzi dati dalle (2.1.1) e (2.1.2) del § 1, è possibile esprimere i reciproci dei k_i , cioè i rapporti produzione-capitale, come:

$$(2.11.2) \quad \frac{1}{k_i} = r + \frac{a_{ni}}{\alpha_{ni}}$$

Si può quindi osservare che il rapporto capitale-produzione in ogni settore *i.mo* è influenzato dal saggio del profitto e dai valori dei coefficienti di lavoro dello stesso settore *i.mo* e del corrispondente settore dei beni capitali.

Già sappiamo però che, quando il progresso tecnico riduce qualche coefficiente di lavoro, il saggio del profitto aumenta. Perciò, a prima vista, si potrebbe pensare che non abbia senso riferirsi ad una situazione in cui il saggio del profitto non varia per definire il progresso tecnico come neutrale o come risparmiatore di lavoro oppure

come risparmiatore di capitale³⁵. Ma sappiamo anche che, al passare del tempo, il saggio del profitto si riduce tendendo verso il valore ϵ che esso dovrebbe avere in età dell'oro a tecniche produttive costanti. È quindi possibile paragonare il valore che k_i avrebbe avuto in una età dell'oro possibile prima della variazione dei coefficienti, con il valore che esso invece dovrebbe avere in una età dell'oro possibile dopo che i coefficienti sono variati³⁶.

Il progresso tecnico che avviene nel settore *i.mo* può quindi essere chiamato *neutrale* se riduce nella stessa proporzione i coefficienti di lavoro nell'*i.mo* settore dei beni di consumo e nel corrispondente settore dei beni capitali lasciando così inalterato il valore di età dell'oro di k_i . Si può anche dire che il progresso tecnico è *risparmiatore di capitale* se riduce il coefficiente di lavoro dell'*i.mo* settore dei beni di investimento di più di quanto non riduca il coefficiente di lavoro dell'*i.mo* settore dei beni di consumo facendo in tal modo diminuire il valore di età dell'oro di k_i . Il progresso tecnico sarà invece *risparmiatore di lavoro* nel caso contrario. Ad es. un'innovazione che riduca a_{ni} , lasciando inalterato α_{ni} , cioè un'innovazione che faccia aumentare la produttività del lavoro nell'*i.mo* settore dei beni di consumo senza cambiare nient'altro, può essere considerata come progresso tecnico risparmiatore di lavoro. Al contrario, se fosse α_{ni} a diminuire mentre a_{ni} dovesse rimanere invariato, si avrebbe una innovazione risparmiatrice di capitale³⁷.

35. Secondo il *criterio di neutralità* proposto da Harrod, un'innovazione viene definita come risparmiatrice di lavoro, neutrale, oppure risparmiatrice di capitale a seconda che faccia aumentare, lasci invariato oppure diminuisca il valore del rapporto capitale-produzione quando il saggio di profitto, dopo l'innovazione, rimane al livello a cui si trovava prima. Si veda: R. F. HARROD, *Towards a Dynamic Economics*, London 1948, pp. 22-23, dove l'autore esprime più compiutamente il criterio di neutralità che aveva già adombrato nella sua recensione al libro di J. ROBINSON, *Essays in the Theory of Employment*, «The Economic Journal», giugno 1937, pp. 328-329. Si veda anche, F. H. HAHN - R. C. O. MATTHEWS, *The Theory of Economic Growth, A Survey* cit., parte II.

36. È evidente che così facendo si effettua un'analisi di dinamica comparata, in quanto si paragonano due situazioni di età dell'oro.

37. Si confronti quanto detto nel testo con la seguente affermazione di J. ROBINSON: «Una invenzione neutrale appare quindi essere equivalente ad un aumento generale nell'efficienza del lavoro. Un'invenzione risparmiatrice di capitale è una che migliora l'efficienza negli stadi più elevati della produzione rispetto all'efficienza negli stadi più bassi, e un'invenzione utilizzatrice di capitale (cioè risparmiatrice di lavoro, nella nostra terminologia) è una invenzione che comporta un incremento relativo nell'efficienza del lavoro negli stadi più bassi

Quindi la conoscenza di come vengano a variare le condizioni tecniche in cui si svolge la produzione è tutto quello che ci occorre per poter classificare una innovazione come neutrale o come risparmiatrice di lavoro oppure come risparmiatrice di capitale. Ma è possibile mostrare che questo non è vero se si vuole classificare il progresso tecnico che si verifica in un sistema economico sulla base delle variazioni del rapporto capitale-reddito per l'economia nel suo complesso, che il progresso tecnico viene a determinare³⁸. Infatti, poiché il valore dello stock di capitale investito nella nostra economia è dato da: $K = \pi_1 x_1 + \pi_2 x_2$, e il valore della produzione complessiva, cioè del reddito globale, è dato da: $Y = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \pi_1 \xi_1 + \pi_2 \xi_2$, possiamo indicare il valore del rapporto capitale-reddito, valido a livello dell'intera economia, come:

$$(2.11.3) \quad k = \frac{\pi_1 x_1 + \pi_2 x_2}{p_1 x_1 + p_2 x_2 + \pi_1 \xi_1 + \pi_2 \xi_2}$$

Sembra conveniente, anche in questo caso, esaminare il reciproco di k , cioè il valore del rapporto produzione-capitale. Ora, utilizzando le definizioni dei prezzi dati dalle (2.1.1-2) e del saggio di profitto data dalla (2.2.3), ed effettuando alcuni semplici passaggi algebrici, è possibile mostrare che il valore del rapporto produzione-capitale è dato da:

$$(2.11.4) \quad \frac{1}{k} = 2r + \frac{a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2}{\alpha_{n1} x_1 + \alpha_{n2} x_2}$$

Questa espressione mostra che il rapporto capitale-produzione è influenzato non soltanto dal livello del saggio di profitto e dalle condizioni tecniche di produzione, come avveniva per i rapporti capitale-produzione a livello dei singoli settori, ma è influenzato anche dai livelli delle produzioni settoriali. Ne segue che il valore del rapporto aggregato capitale-produzione dipende anche dalle condizioni delle domande che, nel nostro modello, determinano gli andamenti delle produzioni settoriali. Perciò una stessa variazione nei coefficienti tecnici dei diversi settori può far aumentare k oppure farlo ridurre a seconda della struttura delle domande settoriali.

della produzione. Cfr.: *The Classification of Inventions*, «The Review of Economic Studies», febb. 1938, p. 140.

38. Cfr. L. L. PASINETTI, *A New Theoretical Approach* cit., pp. 660-662.

Quindi ci si può basare sulle variazioni del rapporto aggregato capitale produzione per classificare i diversi tipi di progresso tecnico soltanto se la struttura della domanda non varia nel tempo. Ma, in questo caso, lo sviluppo dei diversi settori avviene ad uno stesso saggio e perciò la situazione può essere esaminata altrettanto bene con un modello aggregato. Noi però abbiamo già sottolineato che, in presenza di progresso tecnico, la struttura della domanda viene a variare nel tempo. Perciò, in linea generale, non possiamo ritenere corretto un criterio che si basi sulle variazioni del rapporto capitale-produzione a livello aggregato per distinguere i vari tipi di progresso tecnico.

12. Alcune osservazioni conclusive sui capp. I e II.

Non è forse inutile sottolineare di nuovo il significato e i limiti dell'analisi fino ad ora effettuata. Questa analisi ha avuto soltanto lo scopo di mostrare quale andamento debbano registrare le diverse variabili economiche se si vuole che tutta la forza-lavoro disponibile in un sistema economico venga ad essere sempre completamente occupata e se si vuole che si mantenga sempre l'equilibrio a livello dei diversi settori, essendo l'equilibrio settoriale definito come una situazione in cui le domande attese (o *ex ante*, nella terminologia della scuola svedese³⁹), sono sempre uguali alle offerte attese, e in cui quindi le capacità produttive settoriali vengono ad essere, salvo casi particolari, sempre pienamente occupate.

È stato mostrato come, sotto tale ipotesi, le diverse variabili debbano avere spesso delle variazioni repentine e discontinue. Questo è dovuto sia al modo particolare con cui il progresso tecnico è stato introdotto nel nostro modello sia al fatto che il mantenimento ad oltranza delle condizioni di equilibrio e di piena occupazione, privava il nostro modello di diversi margini di flessibilità che invece sono presenti nelle economie reali. A titolo di esempio, si pensi che molto spesso si è supposto che un'innovazione tecnica avvenisse in un certo momento e che istantaneamente tutto il sistema si modificasse in modo tale da evitare che questa innovazione distruggesse le condizioni di equilibrio settoriale e di piena occupazione.

Naturalmente tutto questo è altamente irrealistico. In realtà i movimenti delle diverse variabili economiche avvengono in modo molto

39. Cfr. ad es., E. LUNDBERG, *Studies in the Theory of Economic Expansion*, London, 1936, ristampato nel 1955.

più uniforme di quello che le ipotesi restrittive di questo modello determinano. Ciò, da un lato, ci può far pensare che il progresso tecnico avviene in modo meno discontinuo di quanto è stato da noi supposto. Ma di questo fatto è possibile tener conto nel nostro modello accettando l'inevitabile costo, in complicazioni di tipo matematico, che un'ipotesi di continuità potrebbe comportare. È infatti perfettamente possibile introdurre nel modello delle ipotesi che stabiliscano che i coefficienti di lavoro dei diversi settori varino nel tempo in modo uniforme.

D'altro lato, il fatto che gli andamenti delle variabili economiche sono nella realtà molto più uniformi di quanto risulta dal nostro modello, deve anche essere interpretato come una conferma che, in realtà, lo sviluppo economico non avviene mai in modo tale da mantenere l'equilibrio settoriale e la piena occupazione.

Diventa allora estremamente importante vedere se esistano dei meccanismi capaci di riportare il sistema verso un andamento di equilibrio e di piena occupazione nel caso che, ad un certo momento, esso si venisse a trovare in situazione di squilibrio e di non piena occupazione. Se infatti si dimostra che tali meccanismi esistono, allora lo studio degli andamenti di equilibrio e di piena occupazione viene ad assumere una rilevanza pratica, in quanto sarebbe lo studio degli andamenti a cui l'economia tende anche se essi non saranno mai quelli che effettivamente si realizzeranno nel sistema.

È appunto allo studio dei problemi di *stabilità* del nostro modello che vogliamo ora dedicarci.

CAPITOLO III.

LA STABILITÀ DEL MODELLO

1. *La stabilità del modello: logica e ipotesi principali.*

È stato già mostrato che, nel nostro modello, per avere equilibrio, debbono essere soddisfatte due tipi di condizioni. In primo luogo, si ha un insieme di *condizioni settoriali* che stabiliscono l'equilibrio tra domanda ed offerta in ciascun settore. In secondo luogo c'è una *condizione* di natura *macroeconomica* che stabilisce che la somma delle domande settoriali deve essere uguale alla somma delle offerte settoriali quali sono potenzialmente producibili occupando la totalità della mano d'opera disponibile.

Ora è noto che, per studiare la stabilità dell'equilibrio, è necessario prescindere dalle condizioni che stabiliscono l'equilibrio stesso ed esaminare invece quali reazioni si vengano a determinare in un sistema quando esso si trova in una situazione di squilibrio. Bisogna cioè sostituire le equazioni di equilibrio con equazioni di reazione¹. Si deve però osservare che le reazioni a squilibri settoriali che tendono a verificarsi in un sistema economico possono essere di natura diversa a seconda che la condizione macroeconomica sia o meno soddisfatta oppure, nel caso che non sia soddisfatta, a seconda che si abbia o meno disoccupazione o a seconda che si abbia un eccesso o una deficienza di domanda aggregata rispetto alla produzione. Per questo motivo la nostra analisi della stabilità del modello accoglierà ipotesi di reazioni diverse relativamente a situazioni diverse nei confronti della domanda aggregata.

Desideriamo innanzitutto cercare di esporre succintamente la logica e le ipotesi essenziali della trattazione che verrà in seguito

1. P. A. SAMUELSON, *Foundations of Economic Analysis* cit., cap. IX.

svolta più estesamente. È opportuno iniziare la nostra esposizione cercando di chiarire le conseguenze che, per l'analisi della stabilità, ha il fatto che *la condizione macroeconomica sia soddisfatta*. Se, per un qualche meccanismo, ciò si verifica, vuol dire che la forza-lavoro disponibile nel sistema tende ad essere pienamente occupata e che il livello della domanda aggregata è uguale a quello dell'offerta aggregata.

Ora, come già sappiamo, nel nostro modello le domande settoriali sono determinate dai gusti dei consumatori, dal livello di reddito, dalla sua distribuzione, e dal sistema dei prezzi. I gusti dei consumatori sono considerati noti. Essi, è vero, possono mutare nel tempo sia per ragioni autonome sia in relazione a variazioni di altre variabili economiche, tali mutamenti avvengono però in modo determinato. Inoltre, se la condizione macroeconomica è soddisfatta, il livello di reddito è quello di piena occupazione e la sua distribuzione tra capitalisti e lavoratori è tale che non si ha, nell'aggregato, eccesso o deficienza di domanda. In questo caso, se il sistema dei prezzi fosse quello di equilibrio, ne seguirebbe che le domande settoriali sarebbero quelle di equilibrio che sono state determinate nel primo capitolo.

Situazioni di squilibrio si potrebbero allora avere soltanto dal lato dell'offerta nel senso che le capacità produttive esistenti in un dato momento possono non essere in tutti i settori adeguate ai livelli delle domande settoriali. Alcuni settori, nel passato possono avere investito troppo e quindi si trovano ad operare con margini di capacità produttiva inutilizzata; altri settori possono invece avere investito troppo poco e quindi si trovano ad avere livelli di capacità produttiva inferiori a quelli che sarebbero necessari per soddisfare le domande settoriali utilizzando gli impianti in modo *normale*. In quest'ultimi settori gli impianti tendono ad essere sovrautilizzati, il che è possibile per le ragioni che saranno viste più avanti.

Le reazioni a squilibri settoriali di questo genere che gli economisti hanno tradizionalmente considerato sono di due tipi:

a) reazioni che si verificano nel *sistema delle quantità* prodotte. Gli imprenditori, in questa ipotesi, tendono ad aumentare le capacità produttive esistenti nei settori in cui, date le proprie previsioni relative all'andamento della domanda, si ha deficienza di capacità produttive (nel senso che sarà meglio chiarito più avanti). Analogamente gli imprenditori tenderanno, nei limiti del possibile, a ridurre le capacità produttive (o a farle aumentare in misura inferiore alle proprie previsioni di crescita della domanda), nei settori in cui esiste

un certo margine di capacità inutilizzata. L'espressione formale di questo tipo di reazioni sarà esposta e commentata più avanti sotto il nome, ormai usuale, di *principio di adeguamento dello stock di capitale*²;

b) reazioni che si verificano *nel sistema dei prezzi*. In questa ipotesi, nei settori in cui si ha un eccesso di domanda rispetto alle capacità produttive, i prezzi tenderanno ad aumentare. Gli imprenditori che operano in tali settori, otterranno profitti in misura superiore a ciò che è considerato normale e quindi avranno, a parità di aspettative di crescita della domanda, un incentivo ad investire in misura superiore a quanto avrebbero altrimenti investito. Analogamente, nei settori in cui si ha un eccesso di capacità produttiva, i profitti cadranno sotto il livello normale e quindi i produttori saranno indotti ad investire meno di quanto essi avrebbero voluto investire se i profitti fossero stati al livello normale.

Si può innanzitutto notare che, sia sotto l'ipotesi a) che sotto l'ipotesi b) le reazioni sul sistema delle quantità sono in definitiva dello stesso tipo³. La differenza sostanziale è che con l'ipotesi a) si assume, più o meno implicitamente, una certa rigidità dei prezzi mentre con l'ipotesi b) si assume che i prezzi siano flessibili. Nella nostra trattazione della stabilità quando la condizione macroeconomica è soddisfatta, abbiamo preferito assumere che nell'economia si abbia una certa rigidità dei prezzi e quindi abbiamo preferito l'ipotesi a). Una prima giustificazione di questa ipotesi è che, in molti mercati, gli imprenditori preferiscono evitare, per molte ragioni⁴, cambiamenti frequenti dei prezzi di vendita specialmente se le condizioni generali dell'economia non subiscono variazioni notevoli da un periodo all'altro (come accade nella nostra trattazione che

2. Questa terminologia è stata introdotta da R. C. O. MATTHEWS, *The Trade Cycle*, Cambridge University Press, 1959, cap. III. Noi però considereremo una modificazione di questo principio lungo le linee proposte da J. R. HICKS, *Capital and Growth* cit., pp. 94-98. Le differenze con Hicks saranno messe in luce più avanti.

3. Infatti R. C. O. MATTHEWS, *The Trade Cycle* cit., cap. III, giustifica il principio di adeguamento dello stock di capitale proprio con le argomentazioni accolte nella nostra ipotesi b).

4. Questo è particolarmente vero nelle economie capitalistiche più avanzate. Infatti, in tali economie, le imprese di dimensioni più elevate sentono sempre più il bisogno di contare su prezzi relativamente stabili onde essere in grado di programmare le proprie attività in condizioni di relativa certezza. Cfr., a questo proposito, J. K. GALBRAITH, *The New Industrial State*, Boston, 1967, trad. it., *Il nuovo stato industriale*, Torino, 1968.

considera soltanto squilibri di lieve entità limitandosi a studiare la cosiddetta stabilità *in the small* e non *in the large*).

In secondo luogo, se assumessimo che i prezzi hanno una elevata flessibilità, dovremmo, a rigor di logica, tener conto anche degli effetti che le variazioni dei prezzi hanno sulle domande e sulle aspettative dei consumatori. Come è stato visto, la considerazione di questi effetti è possibile nel nostro modello. Ma se ricordiamo il modo in cui, nel capitolo secondo, si è tenuto conto dell'influenza delle variazioni dei prezzi sulle domande, risulterà chiaro che gli effetti delle variazioni dei prezzi, nel nostro modello, vengono tenuti in considerazione soltanto a certi momenti di tempo e non durante gli intervalli (di lunghezza variabile), compresi tra due di questi momenti successivi. Questo significa che, per tenere adeguato conto degli effetti delle variazioni dei prezzi, dovremmo ridurre l'ampiezza degli intervalli di cui sopra. Dal momento che ci è sembrato che il grado di comprensione dei fenomeni economici potesse essere soltanto marginalmente aumentato da una trattazione di questo genere, abbiamo ritenuto che non valesse la pena di sopportare l'onere che l'introduzione esplicita di queste complicazioni avrebbe comportato.

Tutte le considerazioni fino ad ora svolte hanno riguardato una economia in piena occupazione sotto l'ipotesi che la domanda aggregata (di beni di consumo e di beni di investimento) fosse, per una qualsiasi ragione, sempre ad un livello consistente con la piena occupazione. In queste condizioni è sembrato possibile accettare un meccanismo che postula prezzi sufficientemente rigidi e l'adeguamento delle capacità produttive alle domande. Infatti in tale economia, proprio in virtù dell'ipotesi della domanda aggregata ad un livello consistente con la piena occupazione, risultava teoricamente possibile produrre il volume e il tipo di beni capitali richiesti tramite una opportuna redistribuzione settoriale della mano d'opera disponibile. Avremmo dovuto, è vero, tener conto che la redistribuzione della mano d'opera non può avvenire istantaneamente ma soltanto dopo ritardi più o meno lunghi. Ma per questo aspetto rimandiamo alle considerazioni che saranno svolte più avanti.

Lo stesso meccanismo però può funzionare, e a maggior ragione, in una economia in cui esiste un margine di disoccupazione anche se la domanda aggregata è superiore a quella che occorrerebbe per mantenere il livello di occupazione esistente. In tale economia infatti vengono richiesti più beni di quanti ne vengano effettivamente prodotti ma, fino a che la piena occupazione non è stata raggiunta, è possibile

produrre quantità addizionali di beni, salvi sempre i ritardi di cui diremo, impiegando un numero più elevato di lavoratori.

È chiaro che in presenza di disoccupazione, il nostro modello non è in grado, a meno che non si facciano ipotesi aggiuntive, di determinare univocamente i livelli delle domande settoriali le quali dipendono dal margine di disoccupazione ecc. Quello che però il nostro modello è in grado di stabilire, come sarà visto più avanti, è che, in lungo periodo e sotto opportune ipotesi, le capacità produttive nei diversi settori tenderanno ad adeguarsi ai livelli delle domande settoriali qualunque andamento queste possano avere purché esse siano tali da non richiedere, per il loro soddisfacimento, un livello di occupazione superiore alla quantità di lavoro disponibile nell'economia.

Come si vedrà, quest'ultima osservazione comporta tra l'altro che se, per un lungo periodo, in un sistema economico la domanda aggregata dovesse rimanere, per qualche ragione, inferiore a quella necessaria per la piena occupazione, il sistema tenderebbe inevitabilmente ad una situazione di equilibrio di sotto-occupazione.

L'ipotesi di relativa rigidità dei prezzi e di adeguamento dello stock di capitale non può però essere più accettata nel caso di una economia già pienamente occupata se, in tale economia, *il livello della domanda aggregata è superiore a quello il cui soddisfacimento richiederebbe l'occupazione di tutta la forza-lavoro disponibile*. Per fare un esempio di come una tale situazione potrebbe verificarsi, pensiamo ad una economia che ha già raggiunto il livello di reddito di piena occupazione. Noi sappiamo, dalla letteratura *neokeynesiana*⁵ e dall'analisi svolta nel capitolo secondo, che, date le propensioni al risparmio di capitalisti e lavoratori, esiste una distribuzione del reddito di piena occupazione che rende consistente risparmio ed investimento e che quindi determina una domanda aggregata consistente con quel livello di reddito. Se invece la distribuzione effettiva del reddito fosse più favorevole ai lavoratori di questa distribuzione di equilibrio, avendo ipotizzato che i lavoratori abbiano una propensione al consumo più elevata di quella dei capitalisti, ne seguirebbe che la domanda aggregata risulterebbe superiore a quella consistente con il livello di reddito di piena occupazione.

5. Si veda ad es. l'ampia bibliografia riportata in F. H. HAHN - R. C. O. MATTHEWS, *The Theory of Economic Growth* cit.

In una tale situazione non è possibile, con opportune ridistribuzioni della forza-lavoro disponibile, portare l'offerta di beni al livello della domanda. Qui non si tratta di produrre meno di un bene per produrre di più di un altro. Si tratta invece di una situazione in cui si dovrebbe produrre una maggior quantità di tutti o della maggior parte dei beni. Ma non si ha a disposizione la forza-lavoro necessaria per ottenere ciò. Una tale economia vorrebbe vivere al di sopra delle sue possibilità. In questo caso, inevitabilmente, i prezzi tenderanno ad aumentare. L'aumento dei prezzi determinerà mutamenti nelle domande non solo, e forse non tanto, per le ragioni già ampiamente studiate dalla tradizionale teoria del consumatore con riferimento ad un consumatore generico, ma anche, e forse principalmente, perché l'aumento dei prezzi farà variare la distribuzione del reddito a favore dei capitalisti e, per questa via, tenderà ridurre il livello della domanda aggregata.

A questo proposito la nostra trattazione si svilupperà in due direzioni. Da un lato, si esaminerà se il meccanismo descritto è in grado di assicurare la stabilità del modello quando i lavoratori non reagiscono agli aumenti di prezzo con richieste di aumenti del salario monetario. Dall'altro lato, si esaminerà invece cosa tende ad accadere se i salariati sono in grado di opporsi a riduzioni del proprio salario reale richiedendo ed ottenendo aumenti del salario monetario.

Si può, in conclusione, osservare che, nei confronti delle ipotesi di reazione a squilibri che si possono verificare nell'economia, la nostra trattazione ci mette di fronte ad una *dicotomia*. Infatti, fintantoché la domanda di lavoro non è superiore all'offerta, il meccanismo di riaggiustamento è individuato principalmente dal lato dell'offerta di beni (attraverso la possibilità di variare le capacità produttive nei vari settori). Quando invece la domanda di lavoro supera l'offerta, il meccanismo di riaggiustamento è individuato principalmente dal lato della domanda di beni (attraverso variazioni del livello dei prezzi).

Nel presente § si è cercato di esporre le linee principali della trattazione della stabilità, che verrà ora svolta in modo più esteso e sistematico, e di indicare le ragioni per cui abbiamo creduto di accettare la dicotomia di cui si è appena parlato. Nel fare ciò la nostra esposizione è stata spesso troppo affrettata e lacunosa. Di ciò ci vogliamo scusare confidando che la trattazione formale che ora segue sia in grado di eliminare o almeno limitare questi difetti.

2. *La stabilità del modello quando la domanda aggregata è mantenuta ad un livello consistente con la piena occupazione.*

Iniziamo ora l'analisi della stabilità del modello in modo più preciso. Come è già stato preannunciato, inizieremo questa analisi assumendo che le condizioni settoriali per l'equilibrio non siano rispettate mentre invece la condizione aggregata sia soddisfatta. In altre parole, assumiamo che una qualche autorità centrale sia incaricata di mantenere la domanda globale ad un livello consistente con la piena occupazione ed abbia successo in questo suo compito.

Allo stesso tempo però, assumiamo che, a causa di errori nella politica di investimento che gli imprenditori hanno commesso nel passato, le capacità produttive non siano in tutti i settori quelle adeguate al soddisfacimento delle domande settoriali. In alcuni settori si hanno eccessi di capacità produttiva, in altri settori si hanno eccessi di domanda e livelli insufficienti di capacità produttiva. A questo punto è necessario dire qualche cosa di più sul significato del concetto di capacità pienamente utilizzata che è stato fino ad ora usato acriticamente.

Deve essere innanzitutto chiarito che con la frase « capacità produttiva pienamente utilizzata » non intendiamo descrivere una situazione in cui dai beni capitali esistenti non sia *fisicamente* possibile produrre di più di quanto effettivamente si produca. Il nostro non è un concetto fisico ma un concetto economico. Affermando che in qualche settore la capacità produttiva è pienamente utilizzata, noi intendiamo dire che, in tale settore si ha ancora un certo margine di capacità inutilizzata in senso fisico, ma che tale margine è considerato *normale* dagli imprenditori.

Il concetto di margine normale di capacità inutilizzata è un po' vago. Per cercare di precisarlo, possiamo dire che il margine di capacità inutilizzata in un certo settore può essere considerato normale se gli imprenditori non sentono il desiderio di modificare lo stock di capitale di cui dispongono in una situazione in cui:

a) lasciando inutilizzato questo margine di capacità, essi sono in grado di produrre esattamente le quantità di beni necessari a soddisfare la domanda attuale;

b) essi si aspettano che la domanda rimanga a tale livello anche in futuro;

c) essi non si aspettano mutamenti nelle condizioni tecnico-economiche in cui avviene la produzione.

È noto infatti che gli imprenditori non desiderano attuare la produzione al limite massimo fisicamente consentito dalla capacità produttiva che hanno a disposizione e ciò non soltanto perché, così facendo, essi si troverebbero quasi sicuramente a dover sostenere costi di produzione più elevati (perché sarebbero costretti a far eseguire lavoro straordinario, perché dovrebbero sostenere maggiori spese di manutenzione, ecc.). Gli imprenditori preferiscono invece attuare la produzione avendo, in periodi considerati normali, un margine normale di capacità inutilizzata anche allo scopo di avere una certa *flessibilità* di manovra che permetta loro di far fronte ad aumenti di domanda che non siano stati previsti, oppure che siano da essi considerati come fenomeni temporanei.

Il desiderio di flessibilità è anche importante per spiegare il comportamento imprenditoriale nei riguardi delle scorte di prodotti finiti. Fino ad ora, non abbiamo mai tenuto in considerazione l'esistenza di tali scorte. Questa è stata una semplificazione molto drastica che potrebbe, forse, essere difesa soltanto ricordando che avevamo anche assunto che non fosse possibile alcuna discrepanza tra la domanda e l'offerta in ciascun settore. Ma ora noi stiamo occupandoci di situazioni in cui gli imprenditori sono soggetti a commettere errori di previsione nel programmare il livello della propria produzione relativamente al livello delle vendite. In tale caso l'esistenza di scorte di prodotti finiti diventa una necessità assoluta ed è quindi necessario considerare in modo esplicito quale politica gli imprenditori intendano seguire nei confronti delle scorte.

A questo proposito, l'ipotesi più semplice è che gli imprenditori desiderino tenere le proprie scorte (non solo di prodotti finiti, ma anche di semilavorati, materie prime, ecc.) in certe proporzioni relativamente al volume delle vendite, le proporzioni essendo naturalmente diverse per i diversi settori. Questa ipotesi è forse anche la più plausibile visto che, molto spesso, gli imprenditori, nel decidere il livello delle scorte che essi ritengono adeguato, seguono delle regole più o meno consuetudinarie di questo tipo (*rules of thumb*, come dicono gli anglosassoni).

Assumendo che il livello desiderato delle scorte di prodotti finiti e intermedi sia proporzionale alle vendite, è possibile, per il modello, tener conto dell'esistenza di queste scorte in modo esattamente uguale a quello con cui abbiamo tenuto conto dell'esistenza degli *stocks* di capitale fisso. Non c'è alcun bisogno di cambiare la struttura essenziale del modello. È sufficiente soltanto ricordare, calcolando i valori dei coefficienti di *input* da inserire nel modello, che un'unità

di capitale in ciascun settore è costituita anche dalla quantità di prodotti finiti e intermedi che debbono essere tenuti come scorte.

Consideriamo ora un settore la cui produzione, ad un livello normale di utilizzazione della capacità produttiva, sia inferiore alla domanda che effettivamente si manifesta sul mercato. Gli imprenditori non si trovano nella necessità di aumentare immediatamente la loro capacità produttiva per adeguarla al livello della domanda, né una tale politica è per essi sempre conveniente. Infatti l'eccesso di domanda può essere un fenomeno temporaneo che potrebbe richiedere soltanto aggiustamenti marginali. Nel breve periodo gli imprenditori possono o aumentare la propria produzione aumentando il grado di utilizzazione degli impianti, oppure essi possono far fronte all'eccesso di domanda attingendo alle scorte di prodotti finiti, oppure possono scegliere una combinazione di entrambe queste politiche.

Il contrario capita quando un settore registra un eccesso di capacità produttiva relativamente al livello della domanda attuale. Ma, in questo caso, sono necessarie alcune qualificazioni che saranno riportate più oltre.

Come abbiamo già spiegato, noi assumeremo che, programmando il livello delle capacità produttive nei diversi settori, gli imprenditori si basino sul cosiddetto *principio di adeguamento dello stock di capitale* (*stock adjustment principle*). Abbiamo già visto come questo principio possa essere giustificato sia sotto l'ipotesi di una certa rigidità dei prezzi sia sotto l'ipotesi che i prezzi siano sufficientemente flessibili, ed abbiamo anche dichiarato di non prestare molta fiducia alle virtù riequilibratrici della flessibilità dei prezzi e di preferire invece, nel contesto di cui ora ci occupiamo, l'ipotesi che i prezzi siano piuttosto rigidi⁶.

Secondo il principio di adeguamento dello stock di capitale, gli imprenditori determinano la loro politica di investimento sulla base di:

- 1) le proprie stime sull'andamento futuro della domanda;

6. La nostra scarsa fiducia sulle virtù riequilibratrici del meccanismo dei prezzi sembra sia condivisa da R. M. GOODWIN, *Econometrics in Business - Cycle Analysis*, cap. XXII nel volume di A. H. HANSEN, *Business Cycles and National Income*, London, 1951, pp. 446-447. Ma, in quel lavoro, Goodwin sembra riferirsi principalmente alla rigidità dei prezzi dei beni capitali e non a quella dei prezzi dei beni di consumo a cui noi ci siamo prevalentemente riferiti.

2) il proprio desiderio di correggere, almeno in parte, gli eccessi o le deficienze di capacità produttive che derivano da errori nella politica di investimento adottata nel passato.

Cerchiamo ora di dare una formulazione precisa del principio di adeguamento dello stock di capitale⁷. Indichiamo con $\dot{D}_i^*(t)$ la domanda dei beni prodotti dal settore *i.mo* che gli imprenditori si aspettano per il tempo t ; con $D_i(t)$ la domanda effettiva di tali beni al tempo t , con $x_i(t)$ il volume di produzione ad un livello normale di utilizzazione della capacità produttiva esistente al tempo t . Tutte queste variabili sono, come usuale, misurate in termini fisici.

Il principio di adeguamento dello stock di capitale può allora essere espresso nel modo seguente:

1) se nel settore *i.mo* la capacità produttiva attualmente esistente, utilizzata secondo una intensità normale, è esattamente quella necessaria a soddisfare la domanda attuale, gli imprenditori programmeranno di aumentare la propria capacità produttiva nella misura in cui essi si aspettano che aumenterà la domanda dei beni prodotti dal settore *i.mo*: $\dot{D}_i^*(t)$;

2) ma gli imprenditori desiderano investire in misura superiore a quella indicata se essi si trovano ad avere un livello di capacità produttiva inferiore al livello della domanda attuale dei propri prodotti. Assumeremo che questo investimento addizionale sia proporzionale all'eccesso di domanda rispetto alla produzione possibile utilizzando il capitale esistente con intensità normale. In termini formali, questo investimento addizionale viene considerato proporzionale a: $[D_i(t) - x_i(t)]$.

Se invece gli imprenditori si trovano in una situazione di eccesso di capacità produttiva rispetto alla domanda, essi investiranno in misura inferiore a quanto sarebbe richiesto dall'incremento che si essi si attendono nella domanda. Possiamo assumere che l'entità di questa riduzione nell'ammontare di investimenti altrimenti desiderati, sia proporzionale alla deficienza della domanda attuale nei confronti con la capacità produttiva esistente utilizzata in modo

7. Nel far ciò ci muoveremo lungo le linee proposte da J. K. Hicks, *Capital and Growth* cit., pp. 94-98. Le differenze con la trattazione di Hicks sono, in primo luogo, che questo autore considera il tempo in modo discreto e quindi opera con equazioni alle differenze finite e non con equazioni differenziali, ed in secondo luogo, che Hicks tiene in considerazione un ritardo e cioè il tempo che deve trascorrere affinché i beni capitali vengano ad essere prodotti. Quest'ultima ipotesi spiega perché Hicks arriva a trovare alcune soluzioni cicliche che noi non troviamo.

normale. Una formalizzazione dello stesso tipo può quindi essere utilizzata per descrivere il comportamento degli imprenditori sia quando si ha un eccesso di domanda che quando si ha un eccesso di capacità produttiva. Ma, come diremo tra breve, in questo secondo caso si potrebbero rendere necessarie alcune qualificazioni.

È forse opportuno notare che, in un sistema dominato da grosse imprese monopolistiche, il principio di adeguamento dello stock di capitale può valere soltanto come prima approssimazione. Queste imprese infatti non hanno la necessità di adeguare i propri impianti all'andamento della domanda potendo invece, tramite l'attuazione di opportune politiche commerciali, cercare di adeguare il livello della domanda a quello delle capacità produttive programmate. D'altro lato, le imprese di dimensioni più grosse possono rimediare ad eventuali errori nella programmazione delle proprie capacità produttive ritardando o anticipando le innovazioni che richiedono nuovi processi tecnologici e investimenti in macchinari di tipo nuovo.

Esprimiamo ora le ipotesi di comportamento degli imprenditori, di cui ai precedenti punti 1) e 2), per mezzo delle seguenti equazioni in cui, per comodità, abbiamo tralasciato di indicare esplicitamente la dipendenza dal tempo delle variabili:

$$(3.2.1) \quad \dot{x}_i = \dot{D}_i^* + \sigma_i [D_i - x_i] \quad i = 1, 2$$

Nelle (3.2.1), abbiamo indicato con \dot{x}_i l'incremento di capacità produttiva nel settore *i.mo* (e cioè l'investimento netto) e con σ_i dei coefficienti positivi che misurano l'intensità delle reazioni imprenditoriali a squilibri tra domanda e capacità produttiva.

A questo punto è però necessario fare delle considerazioni ulteriori. In primo luogo, sembra ragionevole attendersi che gli imprenditori non reagiscano in modo perfettamente simmetrico per correggere eccessi o deficienze di capacità produttiva. Infatti, gli imprenditori sono, di solito, molto più preoccupati da eccessi di capacità che da eccessi di domanda perché, in quest'ultimo caso, essi possono utilizzare le attrezzature a loro disposizione al disopra del livello normale, oppure possono attingere alle scorte senza, per questo, registrare delle perdite. Invece nel caso in cui essi abbiano eccessi di capacità, non hanno un modo altrettanto facile di liberarsi della capacità produttiva eccedente che provoca aumenti dei costi unitari di produzione.

La portata di questa considerazione può forse essere ridotta se si ritiene che gli imprenditori, specialmente se operano in un contesto oligopolistico, vivano col timore di perdere clienti a favore dei

propri concorrenti nel caso in cui essi non siano in grado (per mancanza di capacità produttiva) di far fronte a livelli di domanda imprevisti.

Se invece questo comportamento asimmetrico degli imprenditori è un fatto reale, si deve assumere che σ_i abbia un valore più elevato quando $(D_i - x_i)$ è negativo che quando esso è positivo. In tale caso la rilevanza di quanto adesso diremo aumenta.

In secondo luogo, si può osservare che nell'equazione (3.2.1) non c'è niente che impedisca a \dot{x}_i di diventare negativo. Ma questo non può capitare nel nostro modello perché i beni capitali durano indefinitamente e non sono trasferibili ad altri settori. È quindi necessario sostituire la (3.2.1) con: $\dot{x}_i = 0$ ogni qualvolta dalle (3.2.1) risulterebbe: $\dot{x}_i < 0$. A questo caso presteremo un'attenzione maggiore in seguito. Per il momento invece, assumiamo che tale problema non sorga. Questa ipotesi, da un lato, significa che noi non stiamo considerando il caso in cui la domanda di qualche bene tende a ridursi al passare del tempo. D'altro lato, effettuando questa ipotesi, noi escludiamo la possibilità che, nel passato, gli imprenditori abbiano commesso errori di previsione talmente gravi da fare sì che ora essi desiderino disinvestire anche se si aspettano una domanda futura più elevata di quella attuale. Ciò, a sua volta, significa che ora ci stiamo interessando soltanto di piccoli spostamenti dell'andamento di equilibrio e quindi che stiamo studiando la stabilità *locale* (*in the small*) del modello e non la stabilità *globale* (*in the large*)⁸.

Ora, sotto l'ipotesi che una qualche autorità centrale riesca sempre a mantenere la domanda aggregata al suo livello di piena occupazione, e sotto le altre ipotesi che sono state indicate nel § 1 di questo cap., l'andamento della domanda di ogni bene *i.mo* è dato dalla soluzione del modello che è stata determinata nel cap. I. Tale soluzione, per ogni periodo di tempo: $\tau_j \leq t \leq \tau_{j+1}$, era, come si ricorderà, del tipo seguente:

$$(3.2.2) \quad D_i = a_{in}(t) N_0 e^{et} = \{ [a_{in}(\tau_j) - \bar{a}_{in}(\tau_j)] e^{-\bar{\gamma}(\tau_j)[t-\tau_j]} + \bar{a}_{in}(\tau_j) \} N_0 e^{et} \quad i = 1, 2$$

dove, come sappiamo, $N_0 e^{et}$ è la forza-lavoro al tempo t , $a_{in}(t)$ è la domanda *pro-capite* del bene *i.mo* al tempo t , e dove $\bar{a}_{in}(\tau_j)$,

8. Cfr. P. A. SAMUELSON, *Foundations of Economic Analysis* cit., cap. IX; T. NEGISHI, *On the Stability of a Competitive Economy: a Survey Article*, «Econometrica», ottobre 1962, p. 641.

che dipende dallo stato dell'economia al tempo: $t = \tau_j$, è il limite al quale $a_{in}(t)$ tende al crescere del tempo. La rapidità con cui $a_{in}(t)$ si avvicina a $\bar{a}_{in}(\tau_j)$ è misurata da $\bar{\gamma}(\tau_j)$, una costante che dipende anch'essa dallo stato dell'economia al tempo $t = \tau_j$.

Dobbiamo ora formulare delle ipotesi sufficientemente precise nei confronti del meccanismo secondo il quale vengono a formarsi le aspettative imprenditoriali. Notiamo che, in un certo momento, gli imprenditori possono sperimentare un certo livello di domanda, che può essere diverso dal livello di domanda che essi si aspettano per quel momento. Sembra allora ragionevole pensare che gli imprenditori, cercando di prevedere gli sviluppi futuri della domanda, saranno notevolmente influenzati dalle divergenze verificatesi nel passato tra i valori di queste due variabili (livello della domanda effettivamente realizzatasi: D_i e livello della domanda attesa: D_i^*). In formule possiamo quindi scrivere:

$$(3.2.3) \quad \dot{D}_i^* = F_i(D_i - D_i^*) \quad i = 1, 2$$

È chiaro che molti altri fattori, specialmente di ordine psicologico, hanno notevole influenza nella determinazione delle aspettative imprenditoriali. Mutamenti nel grado di ottimismo o pessimismo degli imprenditori determinati ad es. da variazioni nella situazione politica, possono modificare in modo decisivo il meccanismo secondo cui le aspettative vengono a formarsi e quindi possono modificare la forma della funzione F_i . Bisogna però, da un lato, osservare che, questi aspetti sono troppo complessi per essere adeguatamente considerati in un modello semplificato come il nostro e come la maggioranza, se non la totalità, dei modelli fino ad ora presentati. Infatti, ogni modello, e il nostro non costituisce eccezione, tende a studiare particolari aspetti della realtà isolandoli dalle innumerevoli complicazioni che si hanno nella realtà. D'altro lato, si può anche osservare che variazioni nella forma della funzione F_i possono essere tenute in considerazione, entro certi limiti, anche nella nostra formalizzazione. Questo può avvenire per la possibilità di variare, a certi momenti di tempo, i valori dei parametri che caratterizzano l'approssimazione lineare della funzione F_i che verrà ora effettuata.

Dal momento infatti che noi siamo interessati allo studio della stabilità per piccole divergenze rispetto alla posizione di equilibrio, è lecito sviluppare in serie di Taylor il secondo membro

della (3.2.3) attorno al valore: $D_i = D_i^*$, trascurando i termini di grado superiore al primo. Così facendo si ottiene:

$$(3.2.4) \quad \dot{D}_i^* = F_i(0) + \vartheta_i (D_i - D_i^*) \quad i = 1, 2; \vartheta_i \geq 0$$

dove: $F_i(0)$ misura di quanto gli imprenditori sono portati a variare le proprie aspettative di domanda in una situazione in cui la domanda effettivamente realizzata è eguale a quella che essi si aspettavano, e dove: $\vartheta_i = \frac{d F_i}{d (D_i - D_i^*)}$, valutata nel punto: $D_i = D_i^*$,

misura l'intensità con cui gli imprenditori variano le proprie aspettative come conseguenza di un divario tra domanda effettivamente realizzata e domanda attesa.

È chiaro che valori diversi di $F_i(0)$ e ϑ_i possono essere utilizzati per approssimare tipi diversi di funzioni F_i . Con opportune variazioni di questi parametri, a certi momenti, si può pensare di esaminare gli effetti, sulla stabilità del modello, di variazioni di F_i provocate ad es. da variazioni nel clima psicologico cui gli imprenditori sono soggetti.

Nei confronti di $F_i(0)$, la nostra trattazione considererà le seguenti ipotesi alternative:

a) gli imprenditori sono affetti, per così dire, da una forma *miopia*. Essi ritengono che la domanda futura rimarrà al livello attuale. In tale caso si ha quindi: $F_i(0) = 0$. La (3.2.4) diviene allora: $\dot{D}_i^* = \vartheta_i (D_i - D_i^*)$ che è l'ipotesi nota, nella letteratura sull'equilibrio statico, col nome di ipotesi di « aspettative che si adattano » (*adaptive expectations*⁹);

b) gli imprenditori non credono che il livello attuale di domanda rimanga costante nel futuro. Essi si aspettano invece che la domanda futura vari nella stessa misura in cui è variata nel passato recente. Sotto questa ipotesi quindi: $F_i(0) = \dot{D}_i$;

c) gli imprenditori sono di un tipo intermedio rispetto a quelli delle ipotesi a) e b). Il meccanismo secondo cui questi imprenditori determinano le loro aspettative può essere formalizzato per mezzo

9. Si veda: K. J. ARROW-M. NERLOWE, *A Note on Expectations and Stability*, «Econometrica», aprile 1958. Un'espressione di questo tipo viene ivi ricavata, a proposito del meccanismo di formazione delle aspettative di prezzo, partendo dal concetto di « elasticità delle aspettative » proposto da J. R. HICKS, *Value and Capital*, Oxford, 1939, II^a ed., 1946, p. 205.

di una combinazione lineare dei meccanismi considerati sub *a*) e *b*). In termini formali, possiamo scrivere:

$$F_i(0) = \rho_i \dot{D}_i + (1 - \rho_i) \cdot 0 = \rho_i \dot{D}_i \quad 0 \leq \rho_i \leq 1$$

Dal momento che l'ipotesi *c*) degenera rispettivamente: nell'ipotesi *a*) per: $\rho_i = 0$, e nell'ipotesi *b*) per: $\rho_i = 1$, essa rappresenta l'ipotesi più generale che noi considereremo nella nostra analisi della stabilità. Accettando l'ipotesi *c*) la (3.2.4) viene ad essere scritta:

$$(3.2.5) \quad \dot{D}_i^* = \rho_i \dot{D}_i + \vartheta_i (D_i - D_i^*) \quad i = 1, 2$$

È opportuno però che noi consideriamo anche alcuni casi particolari che questa espressione può contemplare per valori limite del parametro ϑ_i . Tali valori limite sono lo zero e l'infinito. Per: $\vartheta_i = 0$, la (3.2.5) degenera in: $\dot{D}_i^* = \rho_i \dot{D}_i$, per cui gli imprenditori modificano le proprie aspettative soltanto sulla base delle variazioni che la domanda ha registrato nel recente passato indipendentemente dalle divergenze tra domanda realizzata ed attesa che nel passato possono essersi registrate.

Un altro caso di degenerazione della (3.2.5) si ha per: $\vartheta_i \rightarrow \infty$. Per renderci conto di ciò, riscriviamo la (3.2.5) nel modo seguente:

$$(3.2.5. \text{ bis}) \quad \frac{1}{\vartheta_i} \dot{D}_i^* = \frac{\rho_i}{\vartheta_i} \dot{D}_i + (D_i - D_i^*)$$

e facciamo tendere ϑ_i all'infinito. L'espressione (3.2.5 bis) degenera in: $D_i - D_i^* = 0$, da cui, differenziando rispetto al tempo, si può ottenere: $\dot{D}_i^* = \dot{D}_i$. Quindi, se $\vartheta_i \rightarrow \infty$, gli imprenditori tendono ad aspettarsi per il futuro la stessa crescita nella domanda che essi hanno sperimentato nel passato recente.

Può risultare conveniente riportare in una tabella le varie espressioni che può assumere la (3.2.5) per i diversi valori dei parametri ϑ_i e ρ_i :

	$\vartheta_i = 0$	$0 < \vartheta_i < \infty$	$\vartheta_i \rightarrow \infty$
$\rho_i = 0$	$\dot{D}_i^* = 0$	$\dot{D}_i^* = \vartheta_i (D_i - D_i^*)$	$\dot{D}_i^* = \dot{D}_i$
$0 < \rho_i < 1$	$\dot{D}_i^* = \rho_i \dot{D}_i$	$\dot{D}_i^* = \rho_i \dot{D}_i + \vartheta_i (D_i - D_i^*)$	$\dot{D}_i^* = \dot{D}_i$
$\rho_i = 1$	$\dot{D}_i^* = \dot{D}_i$	$\dot{D}_i^* = \dot{D}_i + \vartheta_i (D_i - D_i^*)$	$\dot{D}_i^* = \dot{D}_i$

Naturalmente, queste ipotesi sul meccanismo di formazione delle aspettative potranno essere considerate da qualcuno come approssimazioni e schematizzazioni eccessive della realtà. A difesa di queste ipotesi si può però ritenere che la conoscenza del presente e del passato recente sono il solo terreno solido su cui gli imprenditori possono basarsi per prevedere eventi futuri. Ed inoltre, possiamo aggiungere che, per quanto ci consta, non sono state avanzate nella letteratura, delle teorie più soddisfacenti per spiegare come le aspettative imprenditoriali vengano a formarsi¹⁰.

Abbiamo ora tutto quello che ci occorre per analizzare la stabilità del modello, per vedere cioè se in un sistema, spostato dal suo sentiero di equilibrio di piena occupazione, si originano delle tendenze capaci di fare riavvicinare il sistema a questo sentiero.

Nell'appendice al presente capitolo verrà sviluppata l'analisi formale della stabilità. Ora vogliamo invece soltanto riportare e commentare le conclusioni a cui questa analisi porta.

Prima però di esaminare le conclusioni di questa analisi è opportuno dire qualche parola sul metodo con cui l'analisi della stabilità viene condotta nell'appendice. Secondo la logica con cui il nostro modello è costruito, l'andamento della domanda è determinato dalle equazioni (3.2.2) soltanto in un intervallo di tempo: $\tau_j \leq t \leq \tau_{j+1}$. Nello studio della stabilità si esamina invece l'andamento delle capacità produttive, e quindi delle domande, per: $t \rightarrow \infty$. Ciò significa che, implicitamente, si assume che: $\tau_{j+1} \rightarrow \infty$, cioè che, dopo: $t = \tau_j$, niente venga a modificarsi nei parametri che definiscono l'andamento della domanda (cioè nei parametri: $a_{in}[\tau_j]$, $\bar{a}_{in}[\tau_j]$ e $\bar{\gamma}[\tau_j]$). Evidentemente questa ipotesi non è consistente con tutto il resto della nostra trattazione in cui, a causa del progresso tecnico, anche dopo: $t = \tau_j$ si hanno variazioni sia nei coeffi-

10. A questo proposito si può anche osservare che, tra le aspettative imprenditoriali, non sono state considerate quelle relative all'intensità e alle modalità con cui si manifesterà il progresso tecnico. Siamo pienamente consapevoli di questo limite, come pure del fatto che le aspettative imprenditoriali relativamente al progresso tecnico possono avere notevole influenza anche sul tipo di aggiustamenti agli squilibri tra domanda e offerta. A nostra parziale scusa, vogliamo però notare che, dato lo stato attuale delle conoscenze, ci sembra estremamente difficile che si possa trovare un modo rigoroso di considerare, in un modello, l'influenza di fattori, quali le aspettative imprenditoriali sul progresso tecnico, che possono essere il risultato di processi storico-psicologici di enorme complessità.

cienti tecnici che nella struttura dei consumi. Di questo problema si terrà però conto nella discussione che seguirà dopo che si saranno riportate le conclusioni cui si può arrivare nell'ipotesi che dopo: $t = \tau_j$, non si abbiano modificazioni nei parametri che ci interessano.

Passando ora all'esame delle conclusioni dell'analisi della stabilità si può dire che il modello è *stabile* nel senso che la capacità produttiva di ogni settore: x_i tenderà, nel lungo periodo, a portarsi esattamente al livello della domanda, sia quando: $\rho_i = 1$, che quando: $\vartheta_i \rightarrow \infty$. Questo significa che il modello è stabile nei casi in cui \dot{D}_i^* è eguale a \dot{D}_i , o almeno contiene \dot{D}_i tra le sue componenti, cioè quando gli imprenditori tendono a modificare le proprie aspettative di domanda in misura eguale a quella secondo cui la domanda è variata nel recente passato, correggendo eventualmente questa misura per tener conto di errori di previsione commessi nel passato (questo accade nel caso in cui si ha: $\rho_i = 1$ e $0 < \vartheta_i < \infty$).

Negli altri quattro casi (quelli che costituiscono le prime due righe e colonne nella precedente tabella), la capacità produttiva nel lungo periodo non tenderà a portarsi *esattamente* al livello della domanda. Ciò nondimeno, capacità produttiva e domanda tenderanno, in lungo periodo, a crescere allo stesso saggio. Nella terminologia della teoria della stabilità, si dice in tale caso che il modello è *relativamente stabile*¹¹. In termini economici si può dire che, se gli imprenditori non modificano il meccanismo con cui formano le proprie aspettative, essi, a lungo andare, si troveranno ad avere un margine percentualmente costante di deficienza di capacità produttiva. Tale margine sarà tanto più elevato quanto più bassi sono i valori di ρ_i e ϑ_i , e sarà massimo nel caso limite in cui: $\rho_i = \vartheta_i = 0$.

Sembra però probabile che, se gli imprenditori si trovano sempre con un livello insufficiente di capacità produttiva, essi apprenderanno dall'esperienza e quindi, presto o tardi, saranno portati a modificare il meccanismo con cui formulare le proprie aspettative, aumentando i valori di ρ_i e/o ϑ_i , ed avvicinandosi in tal modo ad un meccanismo per cui le aspettative di variazioni della domanda

11. Cfr. P. A. SAMUELSON-R. M. SOLOW, *Balanced Growth under Constant Returns to Scale*, «Econometrica», luglio 1953, pp. 418-419. Nel nostro contesto, il modello si dice relativamente stabile se, indicando con $D_i(t)$ e con $x_i(t)$ rispettivamente il livello della domanda e quello della capacità produttiva, si ha che: $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x_i(t)}{D_i(t)} = M = \text{cost.}$ Si avrà, ovviamente, un margine di deficienza di capacità produttiva se, come nel nostro caso, si ha che: $M < 1$.

vengono determinate sulla base delle variazioni che la domanda stessa ha avuto nel recente passato. Sembra quindi probabile che, anche sotto le ipotesi ora considerate, ci siano buone prospettive che il sistema tenda verso lo sviluppo in equilibrio ed in piena occupazione o che, almeno, non si discosti troppo da questo tipo di sviluppo. Tutto questo ovviamente, nell'ipotesi generale, che vogliamo di nuovo sottolineare, che, per una qualche ragione, il livello della domanda aggregata sia mantenuto ad un livello consistente con la piena occupazione.

L'andamento della capacità produttiva in ciascun settore *i.mo* nelle diverse ipotesi relativamente alle aspettative può essere rappresentato diagrammaticamente nel seguente modo. In ascissa misuriamo il tempo: t . Per comodità di disegno, assumiamo che l'origine sia posta a $t = \tau_i$ e, in accordo con quanto detto sopra, supponiamo che, dopo: $t = \tau_i$, non ci siano altri cambiamenti nei parametri che descrivono la domanda che si rivolge al settore *i.mo* e che è espressa dalla (3.3.2). In ordinata misuriamo i logaritmi della domanda e della capacità produttiva del settore *i.mo*.

Al momento iniziale, si ha uno squilibrio tra domanda e capacità produttiva, quest'ultima essendo minore della prima. La (3.2.2) ci permette di tracciare l'andamento di equilibrio della domanda (a linea intera nel diagramma). Al crescere del tempo, tale andamento, come apparirà chiaro osservando la (3.2.2), tende a diventare rettilineo con inclinazione pari a ε cioè al saggio di crescita della forza-lavoro.

Nel caso in cui le aspettative sono tali da generare la stabilità, l'andamento della capacità produttiva (tratteggiato nel diagramma), al crescere del tempo, si avvicina indefinitamente all'andamento di equilibrio della domanda eliminando così la deficienza di capacità produttiva iniziale.

Invece, nel caso in cui le aspettative sono tali da generare soltanto la stabilità relativa, l'andamento della capacità produttiva non si avvicina indefinitamente a quello della domanda, ma tende a muoversi parallelamente alla domanda rimanendone sempre al di sotto. Nel diagramma sono tracciati (con linee punteggiate) alcuni degli andamenti possibili nel caso di stabilità relativa. L'andamento che si discosta maggiormente da quello della domanda, quello per cui il margine di deficienza di capacità produttiva è massimo, è, come già sappiamo, quello che si ha nel caso in cui: $\rho_i = \vartheta_i = 0$. Gli altri andamenti punteggiati sono relativi a situazioni in cui ρ_i e/o ϑ_i sono positivi, e sono tanto più vicini all'andamento di equilibrio della domanda tanto più elevati sono ρ_i e/o ϑ_i .

Ma, come è stato detto sopra, gli imprenditori che si trovano ad operare con un margine costante di deficienza di capacità produttiva, prima o poi verranno ad essere ammaestrati dall'esperienza e incominceranno a modificare il proprio meccanismo di formazione delle aspettative in modo da tener in maggior considerazione l'aumento della domanda che si è registrato nel passato recente. Nel nostro diagramma questo significa che, col passare del tempo, il comportamento di questi imprenditori farà sì che gli andamenti della capacità produttiva tenderanno via via a spostarsi su una curva punteggiata sempre più vicina alla curva che rappresenta l'anda-

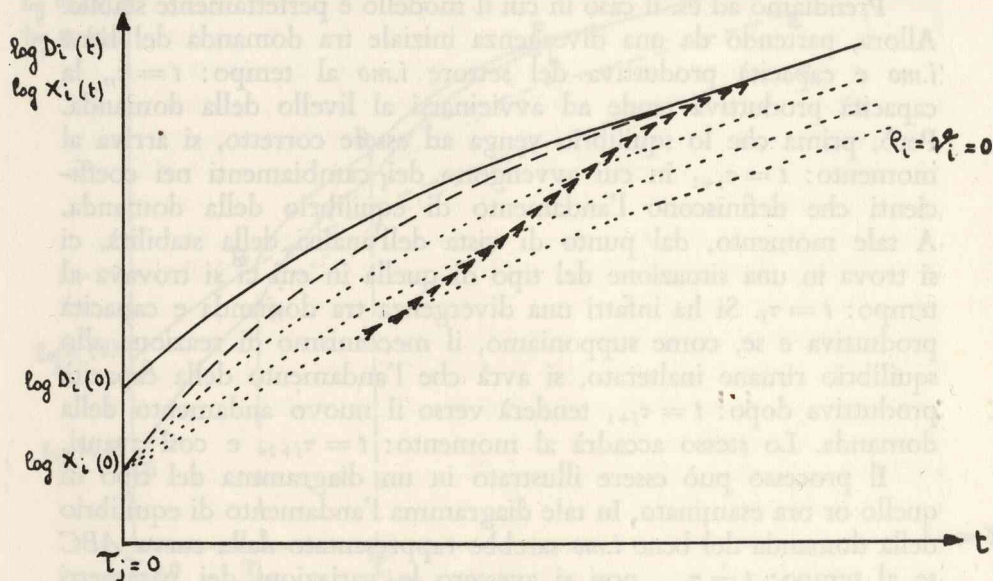


Diagramma 1.

mento della domanda di equilibrio. L'andamento effettivo della capacità produttiva sarà allora del tipo di quello rappresentato, nel diagramma, per mezzo di frecce. Nel caso particolare è tracciato un possibile andamento della capacità produttiva in una situazione in cui gli imprenditori per un certo periodo di tempo si aspettano che la domanda futura rimarrà sempre al livello attuale (caso in cui $\rho_i = \vartheta_i = 0$) e che, man mano, modificano le proprie aspettative.

3. Alcune osservazioni e qualificazioni.

Nell'esame della stabilità del modello svolto nel § precedente si è supposto che dopo: $t = \tau_j$, non ci fossero variazioni ulteriori nei

parametri che descrivono l'andamento delle domande settoriali quali risultano dalla (3.2.2). Dobbiamo ora abbandonare questa ipotesi dal momento che, come sappiamo dal cap. I, a certi momenti di tempo: $t = \tau_j, \tau_{j+1}, \tau_{j+2} \dots$, tali parametri sono soggetti a variazioni.

Questo fatto ha come conseguenza che, a tali momenti, l'andamento di equilibrio della domanda viene ad essere variato. Ciò però non significa che, per questo motivo, venga ad essere compromessa la stabilità (o la stabilità relativa) del modello la quale dipende soltanto dai segni del parametro σ_i e dei parametri della funzione assunta per la determinazione delle aspettative imprenditoriali.

Prendiamo ad es. il caso in cui il modello è perfettamente stabile. Allora, partendo da una divergenza iniziale tra domanda del bene *i.mo* e capacità produttiva del settore *i.mo* al tempo: $t = \tau_j$, la capacità produttiva tende ad avvicinarsi al livello della domanda. Però, prima che lo squilibrio venga ad essere corretto, si arriva al momento: $t = \tau_{j+1}$ in cui avvengono dei cambiamenti nei coefficienti che definiscono l'andamento di equilibrio della domanda. A tale momento, dal punto di vista dell'analisi della stabilità, ci si trova in una situazione del tipo di quella in cui ci si trovava al tempo: $t = \tau_j$. Si ha infatti una divergenza tra domanda e capacità produttiva e se, come supponiamo, il meccanismo di reazione allo squilibrio rimane inalterato, si avrà che l'andamento della capacità produttiva dopo: $t = \tau_{j+1}$ tenderà verso il nuovo andamento della domanda. Lo stesso accadrà al momento: $t = \tau_{j+2}$, e così avanti.

Il processo può essere illustrato in un diagramma del tipo di quello or ora esaminato. In tale diagramma l'andamento di equilibrio della domanda del bene *i.mo* sarebbe rappresentato dalla curva *ABC* se al tempo: $t = \tau_{j+1}$ non si avessero le variazioni dei parametri di cui è stato detto. Dopo queste variazioni, la curva di equilibrio della domanda si sposta nel modo determinato nei capitoli precedenti. Supponiamo ad es. che si sposti nel modo descritto dalla curva *BDE* (che tende, in lungo periodo ad avere la stessa inclinazione della *ABC* che, come sappiamo, è data da ϵ , cioè dal saggio di crescita della forza-lavoro). Al tempo: $t = \tau_{j+2}$, la curva della domanda si sposta ancora diventando la *DF* e così via. In definitiva la domanda di equilibrio del bene *i.mo* segue prima il tratto *AB*, poi il tratto *BD* ed in seguito *DF*.

L'andamento della capacità produttiva avrebbe iniziato col seguire la curva *GH* e, se al tempo: $t = \tau_{j+1}$ non si fossero avute variazioni nei parametri avrebbe proseguito per il tratto punteggiato tendendo sempre più ad avvicinarsi alla curva di equilibrio che la domanda

avrebbe avuto in assenza di variazioni dei parametri, e cioè ABC . Dopo che si è avuta la variazione dei parametri invece, anche la curva della capacità produttiva si sposta seguendo il percorso HI e proseguirebbe lungo il tratto punteggiato fino a convergere alla curva BDE se non intervenisse la nuova variazione dei parametri al tempo: $t = \tau_{j+2}$. A causa di questa variazione, la curva della capacità produttiva ha un ulteriore spostamento diventando la IL .

Naturalmente questo processo potrebbe continuare per tutte le successive variazioni dei parametri.

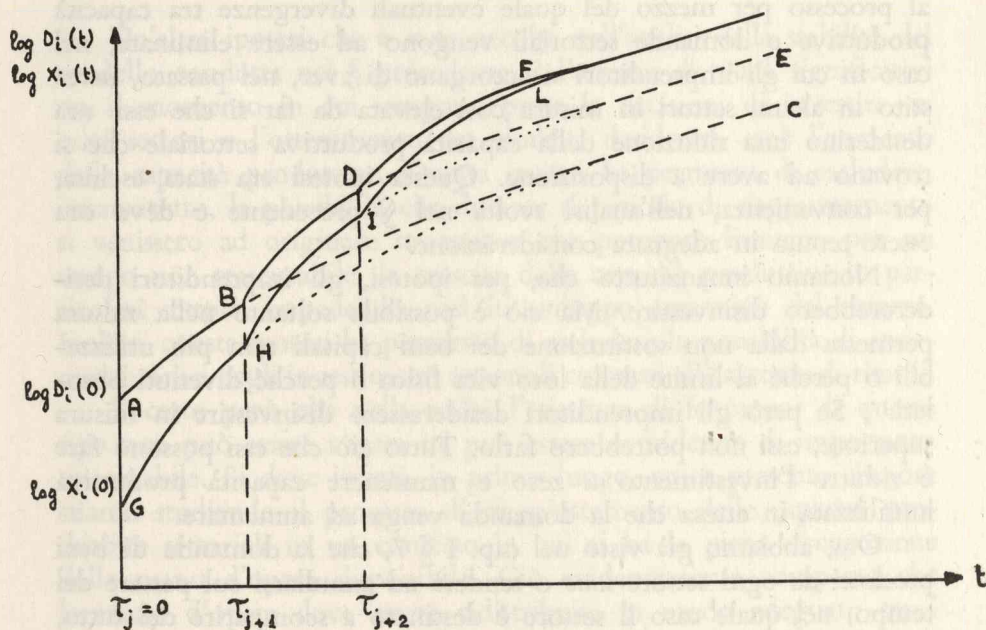


Diagramma 2.

Come risulta chiaro dal diagramma, la capacità produttiva del settore $i.mo$ tende, in ogni momento, a seguire un andamento che la porterebbe ad eguagliarsi a quello della domanda di equilibrio del bene $i.mo$ nelle condizioni prevalenti in quel momento. In questo senso si può affermare che la variazione dei parametri non pregiudica la stabilità del modello.

Naturalmente però le variazioni nei coefficienti hanno influenza sulla *rapidità* con cui le capacità produttive settoriali tendono a convergere ai loro valori di equilibrio. Supponiamo, ad es. che al tempo: $t = \tau_{j+1}$, il settore $i.mo$ abbia deficienza di capacità produttiva e supponiamo che, sempre a tale data, si verifichi una

variazione nella struttura dei consumi nel senso che la gente, d'ora in avanti, desidera aumentare il proprio consumo del bene *i.mo* in misura superiore a quello che desiderava prima. È chiaro allora che il tempo che deve trascorrere affinché il settore *i.mo* raggiunga un dato livello percentuale di riaggiustamento (ad es. il livello in cui la capacità produttiva sia pari al 99 % della domanda) risulta aumentato.

Vogliamo ora vedere che qualificazioni sia necessario apportare al processo per mezzo del quale eventuali divergenze tra capacità produttive e domande settoriali vengono ad essere eliminate, nel caso in cui gli imprenditori si accorgano di aver, nel passato, investito in alcuni settori in misura così elevata da far sì che essi ora desiderino una riduzione della capacità produttiva settoriale che si trovano ad avere a disposizione. Questa ipotesi era stata esclusa, per convenienza, nell'analisi svolta nel § precedente e deve ora essere tenuta in adeguata considerazione.

Notiamo innanzitutto che, per ipotesi, gli imprenditori desidererebbero disinvestire. Ma ciò è possibile soltanto nella misura permessa dalla non sostituzione dei beni capitali non più utilizzabili o perché al limite della loro vita fisica o perché divenuti obsoleti¹². Se però gli imprenditori desiderassero disinvestire in misura superiore, essi non potrebbero farlo. Tutto ciò che essi possono fare è ridurre l'investimento a zero e mantenere capacità produttiva inutilizzata in attesa che la domanda venga ad aumentare.

Ora, abbiamo già visto nel cap. I § 7, che la domanda di beni prodotti da ogni settore *i.mo* o tenderà ad annullarsi col passare del tempo, nel quale caso il settore è destinato a scomparire del tutto, oppure, presto o tardi, incomincerà ad aumentare perché aumenta la forza-lavoro. Nel primo caso non sorge alcun problema: il numero dei settori produttivi sarà ridotto e tutto finisce qui. Nel secondo caso invece, si raggiungerà un certo momento di tempo in cui la capacità produttiva esistente in ogni settore *i.mo* non sarà più sufficiente a soddisfare la propria domanda. Sarebbe quindi necessario

12. Notiamo che, in gran parte del modello, si è assunta una durata infinita ed in perfetta efficienza per i beni capitali. Nulla però vieta che nel modello si consideri una durata finita e la possibilità di obsolescenza dei beni capitali. Infatti, anche se sotto ipotesi particolari, abbiamo già effettuato assunzioni di questo tipo nel § 11 del cap. I, quando abbiamo presentato il modello nell'ipotesi che il progresso tecnico fosse incorporato nei beni capitali di nuova costruzione.

che la capacità produttiva esistente venisse ad essere aumentata. Ma tuttavia è possibile che gli imprenditori, memori dell'esperienza che hanno appena subito, per un certo periodo di tempo, continuino a non investire per niente. Ma certamente, man mano che la domanda continua a crescere, essi avranno stimoli sempre più forti ad accrescere la propria capacità produttiva, ed alla fine essi si decideranno ad investire. Da questo punto in avanti, tutto quanto è stato detto sul processo di riaggiustamento ritorna ad essere completamente valido.

Un'altra ipotesi che è stata accolta nell'analisi della stabilità del modello condotta nel § precedente, è l'assenza di ritardi significativi tra il momento in cui vengono prese le decisioni di investire in certi settori e l'ottenimento dei risultati desiderati, cioè l'aumento delle capacità produttive. Questa ipotesi ha permesso di escludere, innanzitutto, la possibilità che durante il periodo di riaggiustamento si venissero ad originare *strozzature* che potessero limitare, per un tempo non trascurabile, la crescita delle capacità produttive in particolari settori, impedendo così lo sviluppo armonico del sistema. Inoltre, questa ipotesi ha permesso di escludere la possibilità di andamenti ciclici negli investimenti settoriali connessi all'esistenza di ritardi.

È certo però che nella realtà l'esistenza di fenomeni di questo tipo non può essere negata né può essere considerata di importanza trascurabile. Si deve infatti, in primo luogo, tener presente che ora stiamo studiando il processo di riaggiustamento delle capacità produttive settoriali in un contesto in cui si ha la piena occupazione della mano d'opera disponibile. Ciò evidentemente comporta che la mano d'opera deve essere ridistribuita in modo adeguato tra i diversi settori. È a questo punto che ha origine un primo tipo di ritardo in quanto la mobilità della mano d'opera è certamente lungi dall'essere perfetta. In secondo luogo, si deve riconoscere l'esistenza di ritardi di natura tecnica dovuti alla durata dei processi produttivi. Ad es., si può osservare che nella realtà, anche se non nella schematizzazione del nostro modello, quando si ha un eccesso di domanda nei settori dei beni di consumo per cui è desiderabile aumentare la produzione, non è detto che ciò possa essere fatto immediatamente. Al contrario, potrebbe essere necessario, prima di tutto, aumentare la produzione dei beni capitali che vengono utilizzati per produrre i beni di consumo, e soltanto in seguito potrebbe essere possibile produrre questi ultimi beni in maggiori quantità. Si avrebbero quindi sia i ritardi dovuti alla durata dei

processi produttivi dei beni capitali, sia quelli dovuti alla durata dei processi produttivi dei beni di consumo e questi ritardi non tendono ad elidersi ma anzi, in generale, debbono essere tra loro sommati¹³.

La presenza di ritardi e, di conseguenza, la possibilità che si originino delle strozzature che possono permanere per lungo tempo, pongono il problema della stabilità del modello in un contesto diverso da quello che abbiamo avuto presente fino ad ora. Infatti, a causa delle strozzature, l'offerta non è in grado di adeguarsi alla domanda settoriale con la tempestività necessaria. Si creano quindi, in alcuni settori, degli eccessi di domanda che tendono a permanere per periodi di tempo non trascurabili. In tali settori vengono così ad originarsi spinte all'aumento dei prezzi che, per diversi meccanismi, possono estendersi anche ad altri settori¹⁴. La tensione inflazionistica che ne risulta determina una riduzione del saggio di salario reale. A questa riduzione possono però opporsi i sindacati dei lavoratori con richieste di aumenti del salario nominale ed in tale modo si può originare una spirale inflazionistica: prezzi-salari. In una economia aperta, anche se non nelle ipotesi del nostro modello che ha sempre ignorato l'esistenza di relazioni economiche con l'estero, possono allora manifestarsi pericolosi squilibri nella bilancia dei pagamenti per eliminare i quali è altamente probabile si ricorra ad una politica di contenimento del livello della domanda interna. Viene così a cadere l'ipotesi fondamentale che è stata fino ad ora mantenuta nello studio della stabilità del nostro modello.

Si può però osservare che una spirale inflazionistica in grado di provocare forti squilibri nella bilancia dei pagamenti che, come si è visto, si può originare in una situazione in cui la domanda

13. Quest'osservazione è particolarmente rilevante se si considera che i beni capitali richiedono normalmente beni capitali per essere prodotti anche se, nel nostro modello, per ragioni di semplicità, abbiamo sempre trascurato questo aspetto. Si veda, su quest'argomento, G. MATHUR, *Planning for Steady Growth*, Oxford, 1965, cap. V.

14. Alcuni autori hanno infatti sostenuto che spesso le tendenze inflazionistiche possono avere origine in particolari settori e trasmettersi anche agli altri settori. La ragione principale di ciò è che mentre i prezzi aumentano nei settori in cui si verifica un eccesso di domanda, essi non tendono a diminuire nei settori in cui si ha deficienza di domanda. Per una rassegna di tali contributi con relative segnalazioni bibliografiche, si veda: M. BRONFENBRENNER-F. D. HOLZMAN, *A Survey of Inflation Theory*, in: *Surveys of Economic Theory*, a cura dell'American Economic Association e della Royal Economic Society, New York, 1965, vol. I, specialmente alle pp. 63-64.

aggregata è ad un livello consistente con la piena occupazione, appare molto più probabile in una situazione in cui la domanda aggregata è superiore al suo livello di piena occupazione. Per questo motivo riteniamo di poter rinviare, per una trattazione più diffusa dei problemi di stabilità in un contesto inflazionistico, a ciò che sarà detto più avanti a proposito delle situazioni in cui si ha eccesso di domanda aggregata. Vogliamo ora soltanto osservare, che i processi inflazionistici, nel caso che la domanda sia ad un livello consistente con la piena occupazione, non sono necessariamente soggetti ad una tendenza cumulativa in quanto la redistribuzione della mano d'opera tra i diversi settori può, anche se con ritardi non trascurabili, eliminare gli squilibri settoriali da cui il processo inflazionistico ha tratto origine. Questa osservazione è particolarmente rilevante se si ricorda che la nostra analisi della stabilità ha, fino ad ora, considerato soltanto squilibri settoriali di lieve entità.

In definitiva, e pur con tutte le qualificazioni di cui si è detto in questo §, ci sembra che si possa affermare che, se una autorità centrale riesce a mantenere la domanda globale al livello di piena occupazione, il sistema economico potrebbe avere un andamento non troppo lontano dall'andamento di equilibrio e di piena occupazione.

Naturalmente, per evitare i pericoli inflazionistici che si possono originare a causa dei ritardi e delle strozzature di cui abbiamo parlato, e per rendere più rapido ed agevole tutto il processo, è opportuno che l'autorità centrale eserciti anche un controllo settoriale delle domande e non si limiti soltanto al controllo della domanda globale. Potrebbe però capitare che l'autorità centrale, allo scopo di tener elevato il livello della domanda globale, usi manovre che non sono in grado di esercitare un efficace controllo delle domande settoriali e che possono quindi suscitare, in certi settori, tensioni inflazionistiche non indifferenti che potrebbero anche estendersi a tutto il sistema economico.

Inoltre si può osservare che molti ostacoli di natura istituzionale e collegati alle forme di mercato prevalenti nell'economia, possono imporre una distribuzione della spesa pubblica diversa da quella che dovrebbe attuarsi se l'autorità centrale perseguisse l'obiettivo di uno sviluppo in equilibrio ed in piena occupazione che qui è stato accettato¹⁵.

15. Cfr. P. A. BARAN-P. M. SWEEZY, *Il capitale monopolistico*, Torino, 1968, trad. italiana a cura di L. Occhionero sull'edizione americana del 1966; in particolare si veda il cap. VI.

4. Domanda in eccesso rispetto alle capacità produttive e assorbimento della disoccupazione.

Fino ad ora la nostra analisi è stata sviluppata nell'ipotesi che la domanda globale fosse mantenuta al livello consistente con la piena occupazione. È ora opportuno estendere l'analisi esaminando le conseguenze probabili dell'abbandono di questa ipotesi.

A tale scopo iniziamo col considerare un'economia in cui esiste un certo margine di disoccupazione della forza-lavoro ed in cui il livello della domanda aggregata è mediamente superiore a quello che il sistema sarebbe in grado di soddisfare ad un normale livello di utilizzazione della capacità produttiva esistente. Questo livello della domanda non è però *necessariamente* uguale a quello consistente con la piena occupazione.

In queste condizioni gli imprenditori possono ancora basare le proprie decisioni di investimento sul principio di adeguamento dello stock di capitale. Infatti, l'analisi svolta nei §§ precedenti ha mostrato che, nel nostro modello, la capacità produttiva (e quindi la produzione) dei diversi settori tende ad adeguarsi alla domanda settoriale che, nel caso particolare allora esaminato, era quella consistente con la piena occupazione. Ma il meccanismo di adeguamento dell'offerta alla domanda può operare anche se la domanda globale non è al livello di piena occupazione. Ed anzi il processo di adeguamento dovrebbe, sotto le ipotesi appena fatte, risultare più spedito proprio perché esiste un margine di disoccupazione e quindi, per aumentare le capacità produttive in alcuni settori, non è necessario attendere che altri settori riducano la propria occupazione, ma si può utilizzare la mano d'opera attualmente disoccupata.

Ora, il processo di adeguamento delle offerte alle domande settoriali può continuare fino all'eliminazione della disoccupazione se il livello della domanda aggregata è a ciò sufficiente. Questa affermazione è facilmente dimostrabile se, come ora supporremo, gli imprenditori si aspettano crescite delle domande settoriali pari a quelle registrate nel recente passato, il che si verifica, secondo la simbologia della tabella riportata nel § 2 di questo cap., nei casi in cui $\vartheta_i \rightarrow \infty$, oppure $\rho_i = 1$ e $\vartheta_i = 0$; per altri valori di questi parametri la dimostrazione è invece più complessa ma non porta a conclusioni sostanzialmente differenti¹⁶.

16. In particolare, mentre quando: $\dot{D}_i^* = \dot{D}_i$, la stabilità del modello può essere dimostrata per qualunque andamento delle domande, se si accettano gli

Nel caso quindi che: $\dot{D}_i^* = \dot{D}_i$, il principio di adeguamento dello stock di capitale, espresso dalle (3.2.1) del § precedente, viene formalizzato come segue:

$$(3.4.1) \quad \dot{x}_i = \dot{D}_i + \sigma_i [D_i - x_i] \quad i = 1, 2$$

dove le domande settoriali: D_i possono avere i più diversi andamenti. Si indichi ora con E_i l'eccesso di domanda rispetto alla capacità produttiva nel settore $i.mo$:

$$(3.4.2) \quad E_i = D_i - x_i \quad i = 1, 2$$

Dalla (3.4.1) si ha allora immediatamente:

$$(3.4.3) \quad \dot{E}_i + \sigma_i E_i = 0 \quad i = 1, 2$$

il cui integrale particolare, per un dato valore: $E_i(0)$ dell'eccesso della domanda nel settore $i.mo$ al tempo zero, è dato da:

$$(3.4.4) \quad E_i(t) = E_i(0) e^{-\sigma_i t} \quad i = 1, 2$$

Questo risultato mostra che, al passare del tempo, l'eccesso di domanda rispetto alla produzione, in ogni settore, tende allo zero per cui la capacità produttiva tende ad adeguarsi alla domanda. Deve però essere chiaro che questo adeguamento è possibile se, e soltanto se, la forza-lavoro disponibile non pone un limite alla crescita delle produzioni settoriali. In altre parole, il processo può realizzarsi se, e soltanto se, vale la seguente condizione:

$$(3.4.5) \quad a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \alpha_{n1} \xi_1 + \alpha_{n2} \xi_2 \leq N_0 e^{et}$$

altri meccanismi di formazione delle aspettative imprenditoriali riportati nella tabella del § 2, la stabilità (relativa) del modello viene a dipendere dall'andamento delle domande settoriali. Questo andamento non è però ricavabile nel nostro modello proprio perché la domanda globale non è necessariamente al livello consistente con la piena occupazione. Se però si assume che l'andamento delle domande settoriali sia proporzionale (secondo certe proporzioni $\delta_i \geq 1$) all'andamento che esse avrebbero in equilibrio di piena occupazione, è possibile dimostrare che il modello è *relativamente* stabile. Questo significa che le capacità produttive tendono a crescere, in lungo periodo, allo stesso saggio delle domande anche se i livelli assoluti delle domande e delle capacità produttive tenderanno a rimanere diversi tra loro. Evidentemente però varrebbero, anche in questo caso, le considerazioni svolte in precedenza a proposito della probabilità che, in lungo periodo, il meccanismo secondo il quale gli imprenditori formano le proprie aspettative venga a modificarsi.

che, come già sappiamo dal primo capitolo, afferma che l'occupazione nei settori dei beni di consumo e in quelli dei beni capitali non deve superare la forza-lavoro disponibile (si ricordi che: $\xi_i = \dot{x}_i$ rappresenta la produzione del bene capitale *i.mo*).

Risulta inoltre chiaro che il processo descritto potrà portare il sistema alla piena occupazione della forza-lavoro disponibile soltanto se la domanda globale non è più bassa di quella a cui corrisponde la piena occupazione. Se la domanda globale è inferiore a questo livello il processo di assorbimento della disoccupazione si arresterà prima di aver assorbito tutta la forza-lavoro disponibile. Se invece la domanda è superiore al livello di piena occupazione il meccanismo descritto funzionerà fino a permettere al sistema di assorbire tutta la forza-lavoro disponibile. Nel prossimo § verrà esaminato cosa tende a succedere se, una volta raggiunta la piena occupazione, la domanda è ancora più elevata della produzione.

In linea di principio quindi si può concludere che, se la domanda aggregata è sufficientemente elevata, il sistema ha la possibilità di passare da una situazione in cui esiste un certo margine di disoccupazione, ad una situazione in cui tutta la forza-lavoro è pienamente occupata. Naturalmente, valgono anche per il caso esaminato nel presente § le osservazioni sviluppate nel § precedente a proposito dell'esistenza di ritardi e strozzature che possono dare origine ad un processo inflazionistico. Si può però pensare che l'esistenza di disoccupazione possa ridurre la probabilità che un tale processo assuma aspetti estremamente preoccupanti. Quanto meno può sembrare che la possibilità di una spirale inflazionistica prezzi-salari sia contrastata dal fatto che la disoccupazione tende a limitare il potere contrattuale dei sindacati dei lavoratori e ad aumentare quello dei datori di lavoro.

In definitiva, ci sembra che si possa avere un certo grado di fiducia che, nel lungo periodo, tutte queste difficoltà possano essere superate e che quindi la piena occupazione possa essere raggiunta con una opportuna politica di sostegno della domanda. Quindi, la prescrizione keynesiana di aumentare, nel breve periodo, il livello della domanda effettiva per eliminare la disoccupazione può rimanere valida anche per il lungo periodo. Ma, in questo caso, il processo di assorbimento della disoccupazione si origina in quanto il livello elevato della domanda dà agli imprenditori l'incentivo ad aumentare gli investimenti e quindi l'occupazione. Naturalmente è opportuno, proprio allo scopo di evitare tensioni inflazionistiche in particolari settori, che accanto al sostegno della domanda aggregata

ci siano anche opportune politiche di controllo delle domande settoriali. Anche in questo caso però valgono le osservazioni a proposito degli ostacoli, di natura istituzionale e collegati alle forme di mercato prevalenti nel sistema economico, che possono impedire una distribuzione della spesa pubblica che sia in armonia con l'obiettivo di sviluppo in equilibrio ed in piena occupazione¹⁷.

5. *Eccesso di domanda in una situazione di piena occupazione nell'ipotesi di costanza del salario nominale.*

Supponiamo ora che la domanda sia più elevata del suo livello di piena occupazione anche quando la forza-lavoro disponibile è pienamente occupata. Supponiamo inoltre che questa situazione permanga per un certo periodo di tempo. Ad es. ci può essere un eccesso di domanda di beni di consumo sia perché la quota di reddito attribuita ai lavoratori è superiore al suo livello di equilibrio date le precedenti propensioni al risparmio dei lavoratori e dei capitalisti¹⁸, oppure perché i capitalisti, che prima risparmiavano tutto il loro reddito, hanno cambiato il loro comportamento ed hanno iniziato a consumarne una parte, rendendo così necessaria, ai fini dell'equilibrio, una variazione della distribuzione del reddito a loro favore.

Dal principio di adeguamento dello stock di capitale, ci si può aspettare, anche in questo caso, che gli imprenditori abbiano un forte incentivo ad investire, o come viene detto talvolta, ci si può aspettare che gli *spiriti animaleschi* degli imprenditori siano alti¹⁹. Questo perché, per ipotesi, si ha un eccesso di domanda rispetto alle possibilità produttive nella gran parte dei settori. Il livello dell'investimento che gli imprenditori desiderano attuare è più elevato di quello che è consentito dal risparmio di piena occupazione data

17. P. A. BARAN-P. M. SWEEZY, *Il capitale monopolistico* cit., cap. VI.

18. Ricordiamo che fino ad ora abbiamo supposto che i lavoratori consumino tutto il loro reddito e i capitalisti risparmino tutto.

19. J. M. KEYNES, *The General Theory of Employment, Interest and Money*, London, 1936, pp. 161-162; J. ROBINSON, *Exercises in Economic Analysis* cit., p. 99; ID., *Essays in the Theory of Economic Growth*, London, 1962, p. 37; R. F. KAHN, *Exercises in the Analysis of Growth*, «Oxford Economic Papers», 1959, p. 154; G. MATHUR, *Planning for Steady Growth* cit., p. 73. Evidentemente, come ha messo in luce Keynes, le decisioni relative all'investimento sono indipendenti da quelle relative al risparmio e non c'è quindi contraddizione tra la decisione dei capitalisti di consumare una più elevata quota del proprio reddito e l'esistenza di un forte incentivo ad investire.

l'attuale distribuzione del reddito. D'altra parte, proprio perché non esiste disoccupazione, non è possibile aumentare le produzioni di buona parte dei settori e non è quindi possibile aumentare il reddito reale e il risparmio attraverso il meccanismo del moltiplicatore. Di conseguenza si origineranno aumenti dei prezzi in buona parte dei settori produttivi.

Se i sindacati dei lavoratori non sono sufficientemente forti da impedire una riduzione del salario reale (o una crescita dello stesso ad un saggio inferiore a quello che altrimenti avrebbe dovuto verificarsi), l'aumento dei prezzi provocherà una variazione nella distribuzione dei redditi a favore dei percettori di profitti e a danno dei lavoratori. Dal momento che la propensione al risparmio di questi ultimi è inferiore a quella dei primi, questa variazione nella distribuzione del reddito aumenterà il livello del risparmio e ridurrà l'eccesso di domanda aggregata. Sotto opportune ipotesi, che esplicheremo fra breve, anche gli eccessi di domanda nei diversi settori verrebbero ad essere eliminati ed il sistema risulterebbe quindi *stabile*.

Per dare una dimostrazione rigorosa di quanto affermato indichiamo con E_i l'eccesso di domanda per il settore i -mo, con p_i^* e p_i rispettivamente il prezzo di equilibrio ed il prezzo corrente dei beni prodotti da tale settore. Assumiamo che il saggio di salario nominale rimanga costante al livello: $w = \bar{w}$. Il prezzo di equilibrio, sulla base dell'analisi svolta nel capitolo precedente, sarà:

$$(3.5.1) \quad p_i^* = \bar{w} (a_{ni} + r_e \alpha_{ni}) \quad i = 1, 2$$

dove con r_e abbiamo indicato il saggio di profitto di equilibrio.

Assumiamo ora che i prezzi correnti, in presenza di eccesso di domanda, vengano ad essere modificati secondo la seguente *equazione di reazione*:

$$(3.5.2) \quad \frac{d}{dt} (p_i - p_i^*) = \alpha_i E_i \quad i = 1, 2 \quad ; \quad \alpha_i > 0$$

Per dare una interpretazione economica a questa ipotesi, ricordiamo che i prezzi di equilibrio variano nel tempo nel modo esaminato nel capitolo precedente. Se però c'è un eccesso di domanda positivo il prezzo corrente si discosta, innalzandosi, rispetto a quello di equilibrio, ed il contrario accade nel caso di eccesso di domanda negativo.

Se in un settore i -mo, il prezzo corrente è diverso dal prezzo di equilibrio, il saggio di profitto effettivamente realizzato in tale settore: r_i sarà diverso da quello di equilibrio: r_e e sarà definito implicitamente dalla relazione:

$$(3.5.3) \quad p_i = \bar{w} (a_{ni} + r_i \alpha_{ni}) \quad i = 1, 2$$

e cioè esplicitamente da:

$$(3.5.4) \quad r_i = \left(\frac{p_i}{\bar{w}} - a_{ni} \right) \frac{1}{\alpha_{ni}} \quad i = 1, 2$$

Assumiamo inoltre che E_i sia una funzione, oltre che di tutti i prezzi, e quindi per la (3.5.4) dei saggi di profitto effettivamente realizzati, anche della distribuzione del reddito tra profitti e salari. Indicando, come usuale, con: W/Y la quota del reddito che viene attribuita ai salariati possiamo quindi scrivere:

$$(3.5.5) \quad E_i = F_i \left[\frac{W}{Y}, p_1, p_2 \right] = f_i \left[\frac{W}{Y}, r_1, r_2 \right] \quad i = 1, 2$$

Notiamo che, normalmente, si avrà: $\frac{\partial E_i}{\partial \frac{W}{Y}} > 0$, ma non si può

escludere che per certi beni (ad es. beni di lusso) una distribuzione del reddito più favorevole ai lavoratori riduca l'eccesso di domanda.

La quota di reddito che viene attribuita ai salariati è funzione dei saggi di profitto effettivamente realizzati nei diversi settori e si riduce quando questi aumentano:

$$(3.5.6) \quad \frac{W}{Y} = \varphi [r_1, r_2] \quad ; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial r_i} < 0 \quad i = 1, 2$$

Combinando la (3.5.5) con la (3.5.6) si può scrivere:

$$(3.5.7) \quad E_i = f_i [\varphi (r_1, r_2) ; r_1, r_2] = \psi_i [r_1, r_2] \quad i = 1, 2$$

Sulle funzioni ψ_i si può affermare che:

$$(3.5.8) \quad \psi_i [r_e, r_e] = 0 \quad i = 1, 2$$

e cioè che se i saggi di profitto nei diversi settori sono uguali al saggio di profitto di equilibrio, non si ha eccesso di domanda in

nessun settore ²⁰. Sviluppando le (3.5.7) in serie di Taylor, attorno al loro valore di equilibrio dato dalle (3.5.8), e trascurando i termini di ordine superiore al primo, si può ottenere:

$$(3.5.9) \quad E_i = \sum_{j=1}^2 \beta_{ij} (r_j - r_e) \quad i = 1, 2$$

dove: $\beta_{ij} = \frac{\partial \psi_i}{\partial r_j}$ valutata nel punto $r_1 = r_2 = r_e$. Naturalmente la linearizzazione delle (3.5.7) che viene così effettuata, comporta che le conclusioni sulla stabilità del sistema che si potranno trarre, varranno soltanto in un intorno del punto di equilibrio; stiamo cioè studiando la stabilità locale (*in the small* ²¹).

Relativamente alle (3.5.9), vogliamo, già fin d'ora, avanzare l'ipotesi che, per ogni i , si abbia $\beta_{ii} < 0$. Questo significa ipotizzare che un aumento del saggio di profitto (che consegue a quello del prezzo) in ogni settore, quando gli altri prezzi sono fissi, fa ridurre l'eccesso di domanda per il bene prodotto da tale settore. È però opportuno notare che questa ipotesi non può trovare molto sostegno dal lato dell'offerta. Non si può infatti affermare che l'offerta tende ad aumentare se il prezzo aumenta perché non si ha a disposizione la forza-lavoro necessaria per aumentare la produzione in termini aggregati. Al massimo si può pensare a dei trasferimenti di forza-lavoro dai settori con eccesso di offerta che, per le condizioni che sono state ipotizzate, non hanno grande importanza, verso i settori con eccesso di domanda che, al contrario, sono molto più importanti.

L'ipotesi che tutti i β_{ii} siano negativi deve quindi essere giustificata con considerazioni relative alla domanda. A questo proposito è opportuno notare che un aumento di prezzo, oltre a provocare l'*effetto di sostituzione* (che è negativo e quindi a favore dell'ipotesi di $\beta_{ii} < 0$) e quello di *reddito* (il cui segno è incerto) che sono stati ampiamente studiati dalla tradizionale analisi della domanda, provoca anche, nelle nostre ipotesi, un altro effetto che possiamo chiamare: *effetto di distribuzione del reddito*. Infatti l'au-

20. In tale caso infatti sia i prezzi che la distribuzione del reddito sono quelli di equilibrio e perciò le domande settoriali sono al loro livello di equilibrio. Se le offerte settoriali non fossero adeguate a queste domande, ci si troverebbe nella situazione esaminata nel § 2 di questo cap. e la stabilità del modello verrebbe assicurata dal meccanismo ivi descritto.

21. Si veda: P. A. SAMUELSON, *Foundations of Economic Analysis* cit., cap. IX; T. NEGISHI, *On the Stability of a Competitive Economy: a Survey Article* cit., p. 641.

mento di un prezzo, quando il saggio di salario rimane costante, provoca una variazione nella distribuzione del reddito a favore dei capitalisti. Ciò ha due conseguenze. Innanzitutto si ha una riduzione nella spesa globale per consumi in quanto i capitalisti hanno una propensione al consumo inferiore a quella dei lavoratori. Questo effetto gioca evidentemente a favore dell'ipotesi di $\beta_{ii} < 0$, fatti salvi i casi, abbastanza rari nella realtà, di beni la cui domanda ha una elasticità negativa rispetto alla spesa totale. Ma ci potrebbe però essere anche un effetto contrario all'ipotesi di $\beta_{ii} < 0$, in quanto i capitalisti, il cui reddito è aumentato, potrebbero aumentare la propria domanda di alcuni beni (ad es. beni di lusso) anche se il loro prezzo è aumentato. La portata di una considerazione di questo genere può essere però notevolmente ridotta se si pensa che la domanda di questi beni di lusso da parte dei lavoratori, il cui reddito reale si è ridotto, dovrebbe tendere a diminuire non solo per l'effetto di sostituzione ma anche per quello di reddito.

Tra i fattori che concorrono a determinare il segno di β_{ii} è anche opportuno ricordare le *aspettative dei consumatori*. Se infatti i consumatori ritengono che un aumento di prezzo sarà seguito, entro un periodo di tempo ragionevole, da una sua riduzione (cioè, nella terminologia hicksiana ²², se l'elasticità delle aspettative è negativa), essi saranno indotti a ritardare i propri acquisti. In tal caso si ha un ulteriore sostegno all'ipotesi di $\beta_{ii} < 0$. Se invece i consumatori ritengono che un aumento di prezzo sarà seguito, entro breve tempo, da un ulteriore aumento (se cioè l'elasticità delle aspettative è positiva) essi saranno indotti ad anticipare gli acquisti e quindi si avrebbe un effetto che opera in senso contrario all'ipotesi di $\beta_{ii} < 0$.

L'assumere che i vari β_{ii} siano negativi significa assumere che la somma algebrica di tutti questi effetti sia tale da far diminuire l'eccesso di domanda in ogni settore *i.mo* quando il prezzo del bene prodotto da tale settore aumenta. A nostro parere, questa ipotesi è altamente plausibile a patto che le elasticità delle aspettative non siano positive ed elevate. Ci sembra però che quest'ultimo caso non sia molto probabile date le ipotesi che fino ad ora abbiamo accolto. Infatti ben difficilmente i consumatori saranno portati ad aspettarsi sempre ulteriori aumenti di prezzo in una situazione, quale quella che ora stiamo esaminando, che non è caratterizzata da una spirale inflazionistica prezzi-salari in quanto il saggio di salario rimane costante.

22. Cfr. J. R. HICKS, *Value and Capital* cit., p. 205.

La possibilità di elasticità delle aspettative positive ed elevate non potrà invece essere trascurata nel caso, che sarà esaminato nel prossimo §, in cui i salariati reagiscono ad aumenti dei prezzi richiedendo, ed ottenendo, aumenti del saggio di salario monetario.

Per il momento accettiamo quindi l'ipotesi di $\beta_{ii} < 0$. Particolari ipotesi sul livello dei β_{ii} nei confronti dei β_{ij} saranno esplicitate più avanti.

Indichiamo ora con z_i la differenza tra il prezzo effettivo e quello di equilibrio nel settore i .mo:

$$(3.5.10) \quad z_i = p_i - p_i^* = \alpha_{ni} \bar{w} (r_i - r_e) \quad i = 1, 2$$

Tenendo ora conto delle (3.5.9) e (3.5.10), le (3.5.2) possono essere scritte come:

$$(3.5.11) \quad \dot{z}_i = \alpha_i \sum_{j=1}^2 \frac{\beta_{ij}}{\alpha_{nj} \bar{w}} z_j \quad i = 1, 2$$

Questo sistema di equazioni può essere agevolmente scritto in forma matriciale. In questo caso, non è più conveniente limitare la nostra analisi al caso di due settori; se ne possono invece considerare un numero m qualunque.

Indichiamo allora con z il vettore: $[z_1, z_2, \dots, z_m]$, con z_T il suo trasposto, e con B la matrice quadrata di ordine m il cui elemento tipico è definito da:

$$(3.5.12) \quad b_{ij} = \frac{\alpha_i \beta_{ij}}{\alpha_{nj} \bar{w}} \quad i, j = 1, 2 \dots m.$$

Il sistema (3.5.11) si può allora scrivere:

$$(3.5.13) \quad \dot{z}_T = B z_T$$

Notiamo che, per le ipotesi fatte sui vari coefficienti, si ha:

$$(3.5.14) \quad b_{ii} < 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

ed assumiamo che sia valida la seguente relazione tra i valori assoluti degli elementi di B :

$$(3.5.15) \quad |b_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m |b_{ij}| \quad i = 1, 2, \dots, m$$

La (3.5.15) afferma che l'elemento che giace sulla diagonale principale di ogni riga della matrice B è maggiore, in valore assoluto, della somma dei valori assoluti di tutti gli altri elementi della matrice B che giacciono sulla stessa riga.

Le condizioni (3.5.14) e (3.5.15) sono note, nella letteratura sulla stabilità dell'equilibrio statico, col nome di ipotesi di *diagonale negativa dominante*²³. Il significato economico di questa ipotesi sarà spiegato e commentato più avanti.

È facile dimostrare che, sotto le condizioni (3.5.14-15), il sistema (3.5.13) che ha per soluzione di equilibrio il vettore nullo: $z_T = 0$, è stabile. Infatti, supponendo di partire da una qualunque posizione non di equilibrio: $z_T \neq 0$ al tempo $t = 0$, si può introdurre un concetto di *distanza*, topologicamente definita, tra z_T e il vettore nullo, tale che essa si riduce sempre all'aumentare del tempo annullandosi, evidentemente, soltanto per: $z_T = 0$. Per un teorema di Liapunov²⁴ si può allora affermare che il sistema (3.5.13) è *stabile*²⁵.

23. Questa ipotesi è stata avanzata da: K. J. ARROW-H. D. BLOCK-L. HURWICZ, *On the Stability of the Competitive Equilibrium*, «Econometrica», gennaio 1959, pp. 104-106. La dimostrazione di stabilità che verrà sviluppata ricalca quella ivi esposta per il caso di un equilibrio statico. Si veda anche L. MC KENZIE, *The Matrix with a Dominant Diagonal and Economic Theory*, in: *Mathematical Methods in the Social Sciences*, 1959, edito a cura di K. J. ARROW-S. KARLIN-P. SUPPES, Stanford University Press, Stanford Calif., 1960. Tra la letteratura italiana si veda: C. F. MANARA-P. C. NICOLA, *Elementi di Economia Matematica*, Editrice Viscontea, Milano, 1967, p. 145; G. GANDOLFO, *Il «Tâtonnement» e la stabilità dell'equilibrio generale dello scambio*, «Economia Internazionale», maggio 1964, pp. 27-28 dell'estratto.

24. A. A. LIAPUNOV, *Problème général de la stabilité du mouvement*, rist. fotografica in «Annals of Mathematics Studies» n. 17, Princeton University Press, Princeton N. J., 1949. Si veda anche: J. P. LA SALLE-S. LEFSCHETZ, *Stability by Liapunov's Direct Method with Applications*, Academic Press, New York, 1961, vol. IV di *Mathematics in Science and Engineering*. In italiano si può vedere: G. SANSONE-R. CONTI, *Equazioni differenziali non lineari*, Monografie matematiche del CNR, Roma, 1956, e F. BRAMBILLA, *Ciclicità ed equilibrio*, Centro per la ricerca operativa, Università Commerciale L. Bocconi, Milano, 1966.

25. In termini rigorosi, definiamo la *distanza*: V nel modo seguente:

$$(3.5.16) \quad V = \max_i (z_i)^2 = (z_r)^2$$

cioè, definiamo come *distanza*, il quadrato della divergenza massima tra le componenti del vettore z e il vettore nullo. Supponiamo che sia z_r l'elemento di z che ha questa proprietà. Si verifica allora immediatamente che: $V = 0$ se, e soltanto se, $z = 0$ e che: $V > 0$ per $z \neq 0$.

Differenziamo ora V rispetto al tempo e teniamo conto del sistema (3.5.13). Si ottiene così:

$$(3.5.17) \quad \dot{V} = 2 z_r \dot{z}_r = 2 z_r \sum_{j=1}^m b_{rj} z_j = 2 b_{rr} z_r^2 + 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m b_{rj} z_j z_r$$

Siccome: $b_{rr} < 0$ per (3.5.14), \dot{V} sarà certamente negativo a meno che il secondo addendo della (3.5.17) non sia positivo e superiore in valore assoluto

Ciò significa che se al tempo $t = 0$ il sistema è spostato dalla posizione di equilibrio, esso tenderà a ritornarvi. In particolare se, come fino ad ora abbiamo supposto, al tempo $t = 0$ si ha una situazione di domanda effettiva troppo elevata (nel complesso, anche se non tutti i settori), il sistema dei prezzi varierà, generalmente in aumento, in modo da provocare l'eliminazione degli eccessi di domanda. In questo processo, come è stato detto sopra, particolare importanza hanno gli effetti sulla domanda provocati dalle variazioni nella distribuzione del reddito che si originano quando i prezzi variano mentre il saggio di salario monetario rimane costante, come è stato fino ad ora supposto.

Dobbiamo ora dare una interpretazione economica alla condizione (3.5.15). A tale scopo, ricordando che: $\beta_{ij} = \frac{\partial E_i}{\partial r_j}$ e che, dalla (3.5.3), si ha: $\frac{\partial p_i}{\partial r_i} = \bar{w} \alpha_{ni}$, la (3.5.15), in virtù della (3.5.12), può essere scritta:

$$(3.5.21) \quad \left| \alpha_i \frac{\partial E_i}{\partial r_i} \cdot \frac{\partial r_i}{\partial p_i} \right| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \left| \alpha_i \frac{\partial E_i}{\partial r_j} \cdot \frac{\partial r_j}{\partial p_j} \right|$$

da cui si ottiene:

$$(3.5.22) \quad \left| \frac{\partial E_i}{\partial p_i} \right| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \left| \frac{\partial E_i}{\partial p_j} \right|$$

Quest'ultima espressione afferma che, in ogni settore, il valore assoluto della variazione di E_i provocata da una variazione infinitesimale

al primo addendo. Sotto le ipotesi effettuate ciò non può essere. Infatti notiamo che, indicando con Q il valore assoluto del secondo addendo dell'ultima relazione scritta nella (3.5.17), si ha:

$$(3.5.18) \quad Q = \left| 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m b_{rj} z_j z_r \right| \leq 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m |b_{rj}| |z_j z_r|$$

e siccome, per la (3.5.16) si ha: $|z_j z_r| \leq z_r^2$, possiamo affermare che:

$$(3.5.19) \quad Q \leq 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m |b_{rj}| z_r^2$$

Si può quindi scrivere:

$$(3.5.20) \quad \dot{V} \leq 2 b_{rr} z_r^2 + 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m |b_{rj}| z_r^2 = 2 z_r^2 (b_{rr} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^m |b_{rj}|)$$

per cui utilizzando le (3.5.14-15), si può concludere che: $\dot{V} < 0$ e quindi che il sistema (3.5.13) è stabile.

tesima di p_i deve essere superiore alla somma dei valori assoluti delle variazioni di E_i provocate da variazioni infinitesime di tutti gli altri prezzi. Ciò significa che, l'effetto della variazione del prezzo di un bene sull'eccesso di domanda dello stesso bene prevale sull'insieme degli effetti che le variazioni degli altri prezzi hanno sull'eccesso di domanda del bene considerato. Questa ipotesi è talvolta²⁶ considerata come un'espressione formale dell'affermazione di Walras²⁷ secondo cui gli effetti sull'eccesso di domanda di ogni bene *i.mo* della variazione dei prezzi degli altri beni sono soltanto *indiretti* e tendono in pratica ad annullarsi a vicenda, mentre molta maggior rilevanza ha l'effetto *diretto* che una variazione di p_i esercita su E_i .

Ora, pur riconoscendo che l'ipotesi di « diagonale negativa dominante » è analoga all'affermazione di Walras, ci sembra che sia opportuno notare il fatto che una tale ipotesi deve essere, almeno implicitamente, ammessa da ogni esponente della scuola dell'equilibrio parziale, il cui capostipite riconosciuto è A. Marshall²⁸. Non avrebbe infatti molto senso lo studio dell'equilibrio del mercato di un singolo bene *i.mo*, se non si sostenesse che quello che succede negli altri mercati ha una rilevanza molto inferiore a quello che succede nel mercato di cui si tratta.

Vogliamo ora effettuare un commento finale sulla plausibilità dell'ipotesi di « dominanza diagonale ». Abbiamo già osservato come l'ipotesi che un aumento del prezzo di un bene riduca l'eccesso di domanda di quel bene possa essere invalidata da una elasticità delle aspettative positiva ed elevata. Ma anche se ciò non dovesse accadere, si può notare che un'elasticità delle aspettative positiva opera nel senso di ridurre l'entità delle variazioni dell'eccesso di domanda di un bene al variare del proprio prezzo. Può quindi capitare che la (3.5.22) non sia soddisfatta. In tale caso il modello può essere instabile. I prezzi non tenderanno a portarsi ai loro livelli di equilibrio ma invece, nei settori in cui si ha eccesso di domanda (che per ipotesi sono la maggioranza), si registrerebbero aumenti di

26. Cfr. K. J. ARROW-H. D. BLOCK-L. HURWICZ, *On the Stability of the Competitive Equilibrium* cit., p. 106; G. GANDOLFO, *Il « Tâtonnement » e la stabilità dell'equilibrio generale dello scambio* cit., p. 28 dell'estratto.

27. M. E. L. WALRAS, *Elements of Pure Economics* cit., lez. 12, pp. 170-172.

28. Bisogna però ricordare che secondo Marshall gli aggiustamenti a situazioni di squilibrio si originano nel sistema delle quantità, mentre secondo Walras si originano nel sistema dei prezzi. Cfr. per es. la trattazione di P. A. SAMUELSON, *Foundations of Economic Analysis* cit., cap. IX, pp. 263-264.

prezzo. Queste tensioni inflazionistiche tenderanno verosimilmente a provocare richieste di aumenti salariali da parte dei sindacati dei lavoratori i quali si trovano ad avere un notevole potere contrattuale proprio in quanto, per ipotesi, la forza-lavoro è pienamente occupata. Il processo inflazionistico acquista così consistenza sempre maggiore. Ma di questo diremo nel prossimo §.

6. *Eccesso di domanda in una situazione di piena occupazione nell'ipotesi che il saggio di salario monetario vari al variare dei prezzi.*

Nel § precedente si è dimostrato che un eccesso di domanda nel complesso dei settori produttivi, se il livello del salario monetario non varia, tende ad essere eliminato tramite opportuni aumenti dei prezzi. In altri termini, la stabilità del sistema viene assicurata tramite una riduzione del saggio di salario reale.

Che cosa accade invece se, quando i prezzi aumentano, i salariati hanno il potere di opporsi, in qualche modo, alla riduzione del salario reale richiedendo aumenti nel saggio del salario monetario? Questa è una ipotesi altamente probabile dal momento che abbiamo assunto che l'economia si trovi al livello di piena occupazione della forza-lavoro disponibile. In una tale situazione il potere contrattuale dei sindacati dei lavoratori è elevato e, comunque, i datori di lavoro sono disposti ad offrire salari più elevati allo scopo di accaparrarsi la forza-lavoro di cui hanno bisogno per aumentare il livello della produzione che, per ipotesi, è, nella gran parte dei settori produttivi, inferiore a quello della domanda. È quindi opportuno assumere che i salariati reagiscano ad aumenti nei prezzi chiedendo ed ottenendo aumenti nel saggio di salario monetario.

In linea teorica, è perfettamente possibile introdurre l'ipotesi di flessibilità del salario al variare dei prezzi in un modello del tipo di quello esaminato nel § precedente. Esso però risulterebbe eccessivamente complicato in relazione alle conclusioni a cui permetterebbe di arrivare. Per questo si è ritenuto conveniente procedere alla formulazione di un modello più semplificato.

In particolare, si è ritenuto di non considerare *esplicitamente* l'influenza che le variazioni nel sistema dei prezzi hanno sulla determinazione degli eccessi di domanda nei diversi settori. L'influenza dei prezzi viene considerata soltanto *implicitamente* attraverso le sue conseguenze sulla distribuzione del reddito tra lavoratori e capitalisti. Questa ipotesi può essere giustificata assumendo che gli effetti di

reddito e di sostituzione che sono stati considerati nel § precedente non siano contrastanti con l'effetto di distribuzione del reddito o, quanto meno, che abbiano minor rilevanza di quest'ultimo. Per quanto invece riguarda l'effetto dell'elasticità delle aspettative, alcune considerazioni saranno svolte più avanti.

In termini più precisi, si è innanzitutto supposto che gli eccessi di domanda nei diversi settori siano funzione della divergenza tra la quota di reddito che in un dato momento viene attribuita ai capitalisti e la quota che invece dovrebbe essere loro attribuita se il sistema si trovasse in equilibrio (e quindi non ci fosse eccesso di domanda aggregata). Indicando allora con E_T il vettore colonna degli eccessi di domanda nei diversi settori, con d uno scalare che rappresenta la divergenza tra la quota di reddito effettivamente attribuita ai capitalisti e quella che dovrebbe essere loro attribuita in equilibrio, abbiamo ipotizzato il seguente sistema di equazioni:

$$(3.6.1) \quad E_T = E_T(d)$$

Assumendo ora che E_T sia uguale a zero per $d = 0$, cioè assumendo che l'equilibrio nella distribuzione implichi anche l'equilibrio nel sistema dei prezzi²⁹, ed assumendo di poter sviluppare la (3.6.1) in serie di Taylor attorno al valore $d = 0$, trascurando i termini di ordine superiore, si può scrivere:

$$(3.6.2) \quad E_T = d\varepsilon_T$$

dove ε_T è un vettore colonna che assumiamo abbia componenti *per lo più negative*. Questa ipotesi significa che se i capitalisti hanno una quota di reddito superiore a quella di equilibrio, si ha, nella maggior parte dei settori, deficienza di domanda in quanto i capitalisti hanno una propensione al consumo inferiore a quella dei lavoratori.

Per quanto riguarda la distribuzione del reddito, si può osservare che essa è determinata dalla relazione che intercorre tra l'andamento dei prezzi e quello del salario nominale. In particolare, se i prezzi sono quelli di equilibrio e il salario monetario aumenta, si riduce la quota di reddito che viene attribuita ai capitalisti nei

29. In caso contrario, si può assumere un processo di adattamento dei prezzi nei diversi settori sul tipo di quello esaminato precedentemente (si veda la nota 20 del § 5). Tale processo si aggiungerebbe a quello che si studia ora e compirebbe la trattazione senza portare a risultati diversi, in modo rilevante, da quelli che si ottengono sotto l'ipotesi di: $E_T = 0$ per $d = 0$.

confronti di quella che dovrebbe essere loro attribuita in equilibrio. D'altra parte, a parità di salario, la divergenza tra la quota di reddito effettivamente attribuita ai capitalisti e quella di equilibrio varia nello stesso senso in cui variano i prezzi rispetto al loro andamento di equilibrio.

Si può quindi scrivere:

$$(3.6.3) \quad \dot{d} = \varphi [(\dot{p} - \dot{p}^*) ; \dot{w}]$$

dove p è il vettore (riga) dei prezzi, p^* è quello dei prezzi di equilibrio, φ ha derivate positive nei confronti di ciascuna componente del vettore: $\dot{p} - \dot{p}^*$, ed ha derivata negativa nei confronti di \dot{w} . Se ora si assume, come nel § precedente, che in ogni settore i .mo, la differenza: $\dot{p}_i - \dot{p}_i^*$ dipenda dall'eccesso di domanda rispetto all'offerta nel settore (equazioni [3.5.2] del § precedente), e se si indica con E il vettore riga degli eccessi di domanda, si può scrivere:

$$(3.6.4) \quad \dot{d} = \psi (E, \dot{w})$$

Notando ora che, a parità di salario (cioè se $\dot{w} = 0$), la distribuzione dei redditi non varia se l'eccesso di domanda nei diversi settori è uguale allo zero (per cui i prezzi non variano) si può sviluppare la funzione ψ in serie di Taylor attorno al valore: $\psi (0, 0) = 0$, ottenendo:

$$(3.6.5) \quad \dot{d} = \gamma E_T - a \dot{w}$$

dove γ è un vettore riga con componenti tutte positive e a è uno scalare positivo.

È ora necessario fare un'ipotesi nei riguardi del comportamento del salario nominale. Sulla base di quanto è stato sopra affermato, assumeremo che a una variazione della quota di reddito effettivamente attribuita ai capitalisti relativamente alla quota di equilibrio, i salariati reagiscano riuscendo ad assicurarsi una variazione proporzionale del saggio di salario monetario:

$$(3.6.6) \quad \dot{w} = \rho \dot{d} \quad \rho > 0$$

Sostituendo ora la (3.6.2) e la (3.6.6) nella (3.6.5), si ha:

$$(3.6.7) \quad \dot{d} = \gamma \varepsilon_T \dot{d} - a \rho \dot{d}$$

da cui si ottiene:

$$(3.6.8) \quad \dot{d} = \frac{1}{1 + a \rho} \gamma \varepsilon_T \dot{d}$$

Ora poiché, per ipotesi: $(1 + a\rho) > 0$, se $\gamma \varepsilon_T < 0$, come è probabile dal momento che γ è un vettore a componenti tutte positive e ε_T è un vettore a componenti per lo più negative³⁰, l'osservazione del seguente diagramma di fase ci permette di concludere che il sistema è stabile attorno al suo punto di equilibrio: $d = 0$.

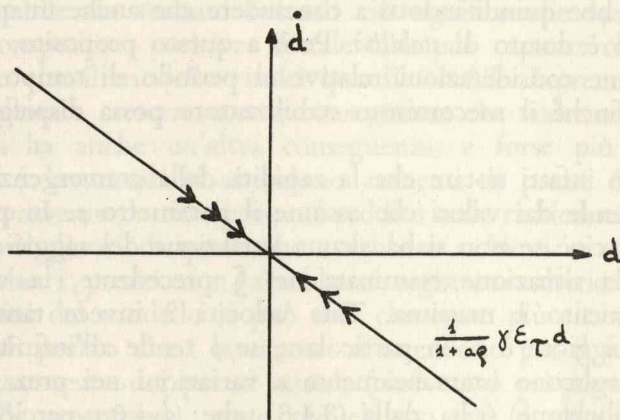


Diagramma 3.

Infatti se: $d < 0$, la sua derivata rispetto al tempo è positiva e quindi d aumenta al passare del tempo. D'altra parte, d avrà un andamento decrescente verso il suo valore di equilibrio ogni qualvolta è ad esso superiore.

I risultati a cui siamo pervenuti ci permettono di affermare che, al tendere del tempo all'infinito, la distribuzione del reddito tende al suo valore di equilibrio e il saggio di salario monetario tende

30. A questo proposito si può innanzitutto osservare che se qualche componente di ε_T è positiva, il bene corrispondente deve essere considerato un «bene di lusso» in quanto la sua domanda aumenta quando la distribuzione del reddito diventa più favorevole ai capitalisti e diminuisce nel caso contrario. Si può inoltre notare che i valori delle componenti di γ misurano di quanto varia la distribuzione a favore dei capitalisti per effetto degli eccessi di domanda nei diversi settori che provocano aumenti dei prezzi dei beni che tali settori producono. Ora, sembra possibile supporre che un aumento dei prezzi dei «beni di lusso» non abbia effetti redistributivi di notevole entità. Quindi, anche se qualche componente di ε_T è positiva, siccome essa risulta moltiplicata per una componente di γ che dovrebbe essere molto piccola, appare estremamente probabile che si abbia $\gamma \varepsilon_T < 0$.

ad un valore costante. Il processo inflazionistico, che aveva avuto origine, al tempo $t = 0$, perché ai lavoratori era attribuita una quota di reddito superiore a quella di equilibrio (date le propensioni al consumo dei capitalisti e dei lavoratori), viene ad essere bloccato perché la distribuzione si modifica tendendo a quella propria di una situazione di equilibrio.

Si sarebbe quindi indotti a concludere che anche in questo caso il modello è dotato di *stabilità*. Però a questo proposito, sono rilevanti alcune considerazioni relative al periodo di tempo che deve passare affinché il meccanismo stabilizzatore possa dispiegare i suoi effetti.

Si può infatti notare che la rapidità della convergenza all'equilibrio dipende dai valori che assume il parametro ρ . In particolare, se: $\rho = 0$, cioè se non si ha alcuna variazione del saggio di salario, come nella situazione esaminata nel § precedente, la velocità di riaggiustamento è massima. Tale velocità è invece tanto minore quanto maggiore è ρ . In particolare, se ρ tende all'infinito (cioè se i salari reagiscono istantaneamente a variazioni nei prezzi e quindi nella distribuzione) si ha, dalla (3.4.6), che: $d \rightarrow 0$ e perciò il sistema sarebbe soggetto ad una spirale inflazionistica che non tende con il tempo a smorzarsi. Questo succede quando i salariati sono sufficientemente forti per impedire che l'aumento dei prezzi riduca il loro reddito reale.

Si deve quindi concludere che, per valori di ρ sufficientemente elevati, valori che sono molto probabili in presenza di piena occupazione e quindi di forte potere contrattuale da parte dei lavoratori, il periodo di riaggiustamento può essere molto lungo. Durante tutto questo tempo, nella maggior parte dei settori i prezzi aumentano. Il sistema viene quindi sottoposto, per un periodo piuttosto lungo, a tensioni inflazionistiche.

A questo proposito diventa rilevante la considerazione dell'elasticità delle aspettative. Nel § precedente si è visto che, anche se il saggio di salario monetario rimane costante, il modello può non risultare stabile se all'aumento di un prezzo i consumatori si aspettano un ulteriore aumento nel futuro (cioè se l'elasticità delle aspettative è positiva). Nel caso che stiamo ora considerando i prezzi sono soggetti a continui aumenti. È allora estremamente probabile che i consumatori, ad ogni aumento di prezzi, tendano ad aspettarsi un ulteriore aumento in futuro. Si avrebbe quindi un'elasticità delle aspettative positiva. Una prima conseguenza di ciò può essere quella già considerata nel § precedente e cioè l'anticipo degli

acquisti da parte dei consumatori. Se questo avviene dobbiamo rivedere quanto è stato sopra ipotizzato e cioè che, quando la distribuzione del reddito si modifica a favore dei capitalisti, l'eccesso di domanda nella maggior parte dei settori tende a ridursi. Se i consumatori, a causa delle proprie aspettative di prezzi crescenti, sono portati ad anticipare gli acquisti, una tale ipotesi può non risultare più accettabile. In termini formali ciò significa che ϵ_T può avere diverse componenti positive. In tale caso può capitare che $\gamma \epsilon_T$ sia positivo e che il modello risulti quindi *instabile*. I prezzi continuerebbero allora a crescere con le conseguenze che vedremo più oltre.

Ma si ha anche un'altra conseguenza, e forse più probabile. Se infatti i lavoratori si attendono aumenti di prezzi essi cercheranno di prevenire la riduzione nel reddito reale richiedendo aumenti salariali più elevati di quelli che avrebbero richiesti se essi avessero pensato che i prezzi non avrebbero registrato ulteriori aumenti. Nei termini del modello si può dire che tanto più elevati sono gli aumenti di prezzo che i lavoratori si attendono per il futuro, dato un certo aumento dei prezzi attuali (cioè tanto più elevata è l'elasticità delle aspettative), tanto più elevato sarà il valore del parametro ρ che misura la reazione dei salari ad aumenti dei prezzi. Ma, come è stato visto, tanto più elevato è ρ tanto più bassa è la velocità con cui gli squilibri vengono ad essere corretti e quindi tanto più forti saranno le tensioni inflazionistiche a cui l'economia sarà soggetta e tanto più lungo sarà il tempo durante il quale tali tensioni saranno presenti.

La possibilità di elasticità delle aspettative positive tende perciò o a rendere il modello instabile (e quindi far persistere nell'economia un processo di aumento di prezzi) o almeno ad allungare il periodo di tempo durante il quale nell'economia sono presenti rilevanti tensioni inflazionistiche.

Queste tensioni sono poi ulteriormente acuite se si tiene conto che, nella fissazione dei prezzi, gli imprenditori non tengono in considerazione soltanto gli eccessi di domanda che si determinano sul mercato, come fino ad ora abbiamo supposto, ma tengono altresì conto del livello dei costi. L'aumento dei salari monetari innalza i costi di produzione e stimola quindi gli imprenditori ad aumentare i prezzi. Ha in tal modo origine una spirale inflazionistica prezzi-salari³¹ che tende a perdurare in quanto autoalimentata.

31. L'economia sbatte, nella terminologia di J. ROBINSON, contro la « barriera dell'inflazione ». Si veda, per es., *The Accumulation of Capital* cit., pp. 48-50.

È molto probabile che non si permetterà che questo processo vada avanti per molto tempo. Esso verrà invece, con ogni probabilità, bloccato attraverso l'adozione di politiche restrittive di tipo monetario, fiscale ecc. Molte sono le ragioni che spiegano perché è estremamente probabile che tali politiche siano adottate. Esse infatti possono essere giustificate da considerazioni di equità e, forse ancora più importante, dal desiderio di evitare difficoltà nella bilancia dei pagamenti. Questi aspetti sono stati trascurati nella formulazione del modello fino ad ora svolto, ma, cionondimeno, essi costituiscono un ingrediente essenziale quando si considerino in modo concreto i problemi della politica monetaria e fiscale in particolare paesi.

Ora, non vogliamo escludere *a priori* che le misure restrittive possano essere regolate in modo così perfetto da riuscire a ridurre la domanda aggregata proprio al livello consistente con la piena occupazione. In tale caso si riprodurrebbe la situazione esaminata nel § 2 di questo cap.

D'altra parte però, le politiche restrittive potrebbero essere spinte al di là di questo limite nel qual caso provocherebbero una situazione di domanda effettiva deficiente. Quest'ultima ipotesi sembra molto probabile perché, normalmente, i responsabili della politica economica diventano pienamente consapevoli dei risultati delle misure attuate soltanto con un certo ritardo, cioè quando si accorgono che la domanda effettiva è stata ridotta in modo eccessivo³².

32. Cfr. per es., J. ROBINSON, *The Accumulation of Capital* cit., pp. 237-239. Le ragioni che rendono difficile un saggio uso della politica monetaria sono molteplici e sono state messe in luce da diversi autori. Si veda, per una rassegna dei principali contributi, H. G. JOHNSON, *Monetary Theory and Policy*, e *Recent Developments in Monetary Theory*, nella raccolta di saggi dell'autore *Essays in Monetary Economics*, Londra, 1967. Particolarmente interessante è la discussione critica, che l'autore conduce (alle pp. 56-58 e 99-101), sui ritardi connessi con l'attuazione della politica monetaria e sulla possibilità che tali ritardi pregiudichino l'ottenimento dei risultati che la politica monetaria si propone. In vista di queste ed altre difficoltà, ed avendo in mente i deludenti risultati che le politiche monetarie e fiscali attuate in quest'ultimi anni in molti paesi hanno permesso di ottenere, la scuola di Chicago propone che la politica monetaria si limiti ad aumentare ad un saggio uniforme la quantità di moneta in circolazione evitando, per quanto possibile, di operare in vista delle condizioni in cui l'economia si può trovare ad un particolare momento di tempo. Cfr. per es., M. FRIEDMAN, *A Program for Monetary Stability*, New York, 1959; ID., *The Role of Monetary Policy*, «The American Economic Review», marzo 1968. In ogni caso, ci sembra che sia piuttosto irrealistico il pensare

Inoltre è anche possibile notare che una riduzione della domanda in eccesso rispetto al livello che potrebbe assicurare la piena occupazione, potrebbe essere anche perseguita deliberatamente allo scopo di creare un certo margine di disoccupazione che indebolisca il potere contrattuale dei sindacati dei lavoratori e, per questa via, elimini gli effetti temuti di una spirale inflazionistica.

In una tale situazione, nell'economia si originano fenomeni depressivi dovuti a deficienza di domanda effettiva. Le prospettive di ripresa aperte ad una tale economia saranno esaminate nel prossimo §.

7. Domanda globale non sufficiente a mantenere la piena occupazione.

Si è già visto, nel § 4 di questo cap., che nel nostro modello il livello dell'occupazione è determinato dal livello della domanda globale. La possibilità di disoccupazione deriva quindi, in ultima analisi, dal fatto che la domanda globale può non essere sufficiente a far sì che l'intera forza-lavoro disponibile possa essere occupata.

In questo § ci proponiamo di esaminare se un sistema economico abbia o meno la possibilità di realizzare, in lungo periodo, una crescita che assicuri la piena occupazione della forza-lavoro disponibile partendo da una situazione in cui la domanda globale non sia sufficiente ad assicurare la piena occupazione.

È opportuno distinguere due casi. Il primo è quello di una economia che da un periodo di tempo abbastanza lungo si trova in condizioni di ristagno o di crescita a saggi piuttosto bassi. Gli imprenditori che operano in questa economia hanno avuto modo di assuefarsi a questa situazione ed hanno quindi delle aspettative fortemente influenzate dal clima di ristagno o quasi ristagno in cui si trovano ad operare. Inoltre, poiché le condizioni di depressione durano da parecchio tempo, è probabile che le capacità produttive siano, nella maggior parte dei settori, adeguate ai livelli delle domande settoriali. In queste condizioni gli imprenditori non sono certamente stimolati ad intraprendere grossi programmi di investimento.

che una saggia politica monetaria e fiscale possa essere sufficiente ad eliminare tensioni inflazionistiche interne e a preservare l'equilibrio dei conti con l'estero mantenendo, nel contempo, l'economia in condizioni di piena occupazione. Per ottenere tutti questi obiettivi, sono necessari strumenti molto più efficaci. Si veda anche, a questo proposito, W. T. NEWLYN, *Theory of Money*, Oxford, 1962, cap. XII; R. F. HARROD, *Are Monetary and Fiscal Policies Enough?*, «The Economic Journal», dicembre 1964.

Il secondo caso è quello di una economia che è da poco caduta in uno stato di depressione dopo che per una serie di anni aveva registrato crescite a saggi piuttosto elevati. È perciò molto probabile che, nella maggioranza dei settori produttivi, i livelli delle capacità produttive esistenti siano superiori ai livelli delle domande settoriali. Naturalmente, gli imprenditori che operano in tali settori non hanno forti incentivi all'investimento. D'altra parte, il clima di depressione e le connesse prospettive sfavorevoli dal lato della domanda, faranno sì che non vengano intrapresi programmi di investimento di un certo impegno neppure da parte di quegli imprenditori che operano nei pochi settori in cui si ha un eccesso di domanda rispetto alla produzione ottenibile utilizzando le capacità produttive esistenti in modo normale.

In ogni caso, quale che sia stato il processo economico che ha condotto alla situazione di depressione attuale, ogni tentativo da parte delle autorità monetarie di stimolare la ripresa attraverso una politica di facile concessione di credito, è quasi certamente destinato a non provocare gli effetti sperati. Infatti anche se gli imprenditori, a seguito della politica monetaria, sono in grado di trovare più facilmente i finanziamenti necessari, ben difficilmente potranno decidere di riprendere l'attività di investimento se non prevedono, a scadenze più o meno ravvicinate, un aumento nelle domande dei propri prodotti. Ed inoltre, è estremamente probabile che gli imprenditori non riprendano ad investire appena si accorgono che i livelli delle domande incominciano a superare i livelli delle capacità produttive esistenti. Specialmente se l'economia si trova in condizioni di ristagno da un periodo di tempo piuttosto lungo, ma anche se così non è come nel secondo caso descritto sopra, è probabile che gli imprenditori adottino, per un certo periodo, un atteggiamento di prudente attesa aspettando di vedere se gli incrementi nelle domande abbiano o meno carattere transitorio. Soltanto se le domande continueranno a premere sui livelli delle capacità produttive settoriali per un periodo di tempo piuttosto lungo, gli imprenditori potranno decidere di intraprendere adeguati programmi di investimento allo scopo di ampliare queste capacità. Se così dovesse accadere è probabile che il sistema riprenda a crescere, che la disoccupazione incominci ad essere assorbita e che si abbia un processo di crescita indotto dalla domanda del tipo di quello esaminato nel precedente § 4.

Ma, se prescindiamo per il momento dalla possibilità di interventi a sostegno della domanda da parte delle autorità pubbliche

(tramite l'esecuzione di opere pubbliche, o tramite l'attuazione di programmi d'investimento di imprese statali o a partecipazione statale, oppure in qualche altra forma), è possibile che nel sistema esista un meccanismo che operi in modo da stimolare la domanda globale e di spingere in tal modo il sistema verso la ripresa?

Incominciamo a considerare se ci siano buone possibilità che un aumento della domanda provenga dai lavoratori dipendenti che costituiscono la gran massa dei consumatori. Dal momento che siamo in presenza di disoccupazione, è estremamente improbabile che i sindacati dei lavoratori posseggano un elevato potere contrattuale che permetta loro di richiedere ed ottenere aumenti nel saggio di salario in termini monetari. Da un lato infatti, i lavoratori sono timorosi di scendere in sciopero per paura di misure di rappresaglia da parte imprenditoriale. D'altra parte, gli imprenditori non temono le conseguenze di un eventuale sciopero in quanto la domanda dei beni che essi producono è piuttosto debole e le scorte di prodotti finiti a loro disposizione sono a livelli superiori al normale. Ne segue che non ci sono buone prospettive che nel sistema vengano a determinarsi aumenti nel salario monetario che possano determinare un aumento della domanda di beni di consumo da parte dei lavoratori.

Si potrebbe allora pensare, in linea con buona parte della teoria tradizionale, che le condizioni di depressione inducano gli imprenditori a ridurre i prezzi di vendita provocando, un aumento del salario reale e, per questa via, un aumento della domanda di beni di consumo. L'efficacia di un tale meccanismo ci sembra però piuttosto dubbia. Infatti si può innanzitutto osservare che se gli imprenditori hanno avuto modo di abituarsi ad una situazione di ristagno o di quasi ristagno, è difficile vedere il perché essi dovrebbero, ad un certo momento, modificare la propria linea di condotta ed abbassare i prezzi. Se invece l'economia è appena caduta nell'attuale fase depressiva, una riduzione dei prezzi può forse essere possibile. Ciò nonostante è possibile pensare che non sia affatto probabile che i prezzi vengano ad essere ridotti nella misura necessaria a far partire un processo di crescita dell'economia capace di portare all'eliminazione della disoccupazione.

Un primo limite alla riduzione dei prezzi si può infatti trovare in quella che Marshall chiamava la « paura di guastare il mercato »³³ mostrando come sia possibile praticare prezzi più bassi di

33. A. MARSHALL, *Principles of Economics* cit., libro V, cap. V, § 6.

quelli che si praticavano prima e che si intende praticare in seguito. In secondo luogo, è molto probabile che proprio durante i periodi di depressione si originino e trovino diffusione sempre maggiore le forme più disparate di accordi tra imprenditori effettuati proprio allo scopo di evitare riduzioni nei prezzi di vendita che potrebbero facilmente sfociare in una vera e propria « guerra dei prezzi » cioè in uno degli eventi più temuti dagli imprenditori ³⁴.

Inoltre, è anche possibile osservare che, in condizioni di depressione, lo stock di capitale esistente è utilizzato al di sotto del livello di piena capacità per cui i costi unitari di produzione valutati, secondo la pratica imprenditoriale, ad un saggio di profitto ritenuto « normale », tendono ad essere più elevati di quelli di prima della depressione. Questo fatto può far sì che una politica di riduzione dei prezzi possa apparire, agli occhi degli imprenditori, meno opportuna di quanto altrimenti essi potrebbero essere indotti a pensare.

D'altra parte, non è affatto sicuro che, in un sistema economico che è recentemente caduto in una fase di depressione, riduzioni di prezzi portino effettivamente ad aumenti di domanda da parte dei consumatori. Infatti, anche il comportamento dei lavoratori è sfavorevolmente influenzato dal clima psicologico della depressione. Anche i lavoratori tendono a pensare che si stiano preannunciando tempi peggiori. Essi temono di poter, in un prossimo futuro, essere licenziati o di essere costretti a lavorare ad orario ridotto. In queste condizioni i lavoratori, ben lungi dal decidere di aumentare i propri consumi, possono addirittura ritenere preferibile rinunciare ad effettuare acquisti che già rientravano nei loro programmi. Ciò è particolarmente vero per gli acquisti di beni durevoli i quali possono essere facilmente rinviati a tempi migliori, ma può essere benissimo vero anche per la gran massa di beni non considerati strettamente necessari. In altre parole, quando i prezzi diminuiscono

34. Cfr. J. ROBINSON, *The Accumulation of Capital* cit., p. 189. Se quanto affermato nel testo è vero, non si può neppure affermare che durante le depressioni scompaiono dal mercato le imprese meno efficienti e rimangono quelle più efficienti che possono più facilmente praticare riduzioni dei prezzi di vendita. Quest'affermazione è naturalmente in contrasto con la visione ottimistica, del ciclo economico in genere e delle depressioni in particolare, sostenuta da J. A. SCHUMPETER. Cfr. ad es., *Capitalism, Socialism and Democracy*, New York, 1942. Molti ostacoli di altra natura possono essere invocati contro la riduzione dei prezzi da parte delle imprese. Cfr., a questo proposito, J. K. GALBRAITH, *Il nuovo stato industriale* cit.

e il reddito reale aumenta, i lavoratori possono decidere di non consumare di più. Essi possono invece decidere di aumentare i propri risparmi per il validissimo motivo di premunirsi il più possibile contro il temuto peggioramento della situazione³⁵.

Si può quindi ritenere molto probabile che le riduzioni dei prezzi nella misura che il sistema può consentire, non siano sufficienti a mettere in moto un processo capace di eliminare le situazioni depressive di lungo periodo.

Agli imprenditori è però aperta un'altra via per eliminare le conseguenze della depressione, e cioè l'attuazione di una efficace politica commerciale³⁶. Questa è in effetti la via più seguita. Essa consiste nel mettere in atto una serie di misure che possono provocare un incremento di domanda senza ridurre i prezzi di vendita. Tali misure vanno dalla intensificazione di campagne pubblicitarie all'acquisizione di nuove reti di distribuzione. A prescindere dall'effetto che tali politiche possono avere per le singole imprese, si può affermare che le prospettive che, in tal modo, si possa determinare un aumento della domanda *globale* sono innanzitutto limitate dall'entità della quota di reddito che attualmente i consumatori non utilizzano per acquistare beni di consumo e che potrebbero invece essere indotti ad utilizzare in tal modo in seguito alla politica commerciale delle imprese. Mentre la singola impresa che attua un'efficace politica commerciale può sperare in aumenti della propria domanda in quanto pensa di indurre i consumatori ad acquistare beni che essa produce invece di beni prodotti da altre imprese operanti nello stesso settore o in altri settori, la possibilità di aumenti della domanda globale è limitata dalla capacità di acquisto dei consumatori e dalla volontà di questi ultimi di usarla interamente. A questo proposito, diventa allora rilevante quanto è stato sopra detto e cioè che la possibilità di aumento della domanda globale risulta ridotta a causa del clima psicologico dei periodi di depressione che può far sì che i consumatori non abbiano alcuna intenzione di aumentare la quota di reddito da destinare a consumi.

35. Queste osservazioni sul comportamento dei consumatori in periodo di depressione possono ad es. essere ritenute valide per spiegare l'andamento dei consumi durante la recessione sperimentata dall'economia italiana nel 1964-65.

36. Particolare importanza a questa possibilità viene attribuita da S. LOMBARDINI, *Concorrenza, monopolio e sviluppo*, di prossima pubblicazione, cap. XI, da J. K. GALBRAITH, *Il nuovo stato industriale* cit., e da P. A. BARAN-P. M. SWEEZY, *Il capitale monopolistico* cit.

D'altra parte però, l'attuazione della politica commerciale può comportare un maggior assorbimento di mano d'opera nelle attività promozionali delle vendite. Per questa via c'è quindi la possibilità che si registri un aumento del monte-salari che renda possibile un aumento della domanda globale. Ma è probabile che la rivitalizzazione della domanda, che può così essere ottenuta, non sia sufficiente a far iniziare un processo cumulativo che porti all'assorbimento completo della disoccupazione se non è accompagnata anche da un aumento delle remunerazioni salariali, cioè da un aumento delle capacità di spesa dei consumatori.

La possibilità di un processo di ripresa stimolato dalla politica commerciale delle imprese è, per certi aspetti, analoga alla possibilità di ripresa dovuta ad attività innovative da parte degli imprenditori che è stata visualizzata da Schumpeter³⁷. La politica commerciale può infatti, almeno in senso lato, essere equiparata ad un'attività di innovazione. Secondo la visione di Schumpeter, la ripresa economica inizierebbe perché alcuni imprenditori innovatori intraprendono dei progetti di investimento allo scopo di introdurre qualche prodotto nuovo o qualche nuovo processo produttivo, cioè allo scopo di innovare. Iniziative imprenditoriali di questo genere farebbero aumentare sia la domanda di beni d'investimento sia quella di beni di consumo e potrebbero dare origine ad un processo di crescita cumulativa. Dipenderà allora dal comportamento degli imprenditori (innovatori o no) e dalle situazioni che si determineranno sul mercato del lavoro (crescita salariale o no) se il sistema economico potrà o meno raggiungere la piena occupazione. Naturalmente, come è stato messo in luce da Schumpeter, sarà molto probabile che lo sviluppo non avvenga in modo uniforme ma sia invece costellato da fasi espansive e da fasi depressive.

Ma si potrebbe, pessimisticamente, osservare che, in condizioni di depressione, gli imprenditori tentano in tutti i modi di ridurre i propri costi di produzione. È probabile che tra i costi che più facilmente possono essere ridotti ci siano proprio i costi che le imprese affrontano per le attività di «ricerca e sviluppo» (secondo l'espressione ormai in voga). Infatti, nella generalità dei casi, le attività di ricerca e sviluppo sono finanziate con profitti non distribuiti i quali si riducono fortemente nei periodi di depressione. Se questo è vero, allora la probabilità di uno sviluppo secondo le linee proposte da Schumpeter viene ad essere ridotta.

37. J. A. SCHUMPETER, *The Theory of Economic Development* cit.

Un'altra possibilità di ripresa può venire da fattori relativi al commercio con l'estero. Se nella nostra economia, a causa dell'esistenza di disoccupazione, i salari monetari registrano aumenti di lieve entità, è possibile che i prezzi interni tendano ad abbassarsi nei confronti dei prezzi internazionali provocando, in tal modo, un miglioramento nelle condizioni concorrenziali della nostra economia sui mercati internazionali. Di un processo di questo genere si sono avuti molti esempi tra cui ricordiamo quello dell'economia italiana del dopoguerra fino agli inizi degli anni '60. Ma, ragionando lungo le linee proposte nel § 10 del cap. I (possibilità che il progresso tecnico sia indotto dallo sviluppo della produzione), si potrebbe ancora osservare che il saggio a cui cresce la produttività del lavoro in una economia in fase di depressione potrebbe essere molto più basso che in altre economie. Si potrebbe quindi verificare un peggioramento nelle condizioni competitive dell'economia depressa, non un suo miglioramento.

Concludendo, si può osservare che, tra i meccanismi considerati esplicitamente dal nostro modello, non sembra essercene uno sufficiente a far sì che l'economia si possa sollevare dalle condizioni depressive e possa portarsi verso un andamento di sviluppo in piena occupazione. La ripresa può invece essere messa in moto da alcuni meccanismi che non sono stati considerati esplicitamente dal modello. Tra questi abbiamo ricordato la possibilità di uno sviluppo indotto dall'attuazione di politiche commerciali, la possibilità di uno sviluppo di tipo schumpeteriano e la possibilità che si possa avere un andamento favorevole della domanda internazionale dei beni prodotti dalla nostra economia. Elementi di questo genere possono certamente contribuire, isolatamente o in combinazione tra di loro, a far sì che il sistema possa, a certi momenti, sollevarsi dalle condizioni di depressione e portarsi verso una crescita in piena occupazione. Ci sembra però che non sia possibile avere eccessiva fiducia che questi elementi possano assicurare uno sviluppo di lungo periodo tale che nel sistema vengano sfruttate tutte le potenzialità del progresso tecnico e tale da assicurare la piena occupazione della manodopera disponibile. Sembra quindi che l'unica possibilità di ottenere un tale tipo di andamento richieda una opportuna *politica di sostegno della domanda da parte dei pubblici poteri*. Che questo tipo di politica rappresenti una necessità per i sistemi capitalistici più maturi è un fatto difficilmente contestabile. A ciò spinge non soltanto l'obiettivo, sempre più esplicitamente riconosciuto, del mantenimento della piena occupazione, ma anche alcuni altri obiettivi che con

questo possono o meno avere connessioni. Alcuni autori sostengono che l'ampliamento della spesa pubblica è necessario per combattere le tendenze depressive che sono presenti nel sistema a causa delle politiche monopolistiche adottate dalle grandi imprese³⁸. Altri affermano che il sostegno della domanda da parte dei pubblici poteri è necessario, da un lato, per garantire alle imprese giganti quelle condizioni di stabilità che permettano loro di programmare, in modo soddisfacente, le proprie attività di produzione e di stimolo della domanda tramite l'attuazione di opportune politiche commerciali. D'altro lato, l'ampliamento della spesa pubblica ha la funzione di favorire il progresso tecnologico sia rendendo possibile il finanziamento, con fondi pubblici, di attività di ricerca su scala sempre crescente, sia riducendo il grado di rischio connesso con tali attività³⁹.

Nel prossimo §, cercando di mettere assieme le osservazioni che la nostra analisi ci ha suggerito, ci sforzeremo di dare delle indicazioni sul tipo di politica di intervento che i pubblici poteri dovrebbero perseguire affinché il sistema abbia la possibilità di svilupparsi in piena occupazione sfruttando tutte le opportunità offerte dal progresso tecnico.

8. *Alcune osservazioni conclusive sulla possibilità di sviluppo in equilibrio ed in piena occupazione.*

Si è visto, nel corso dell'analisi effettuata in questo capitolo che, se un'autorità centrale è in grado di mantenere la domanda globale ad un livello consistente con la piena occupazione, nel sistema opera un meccanismo capace di eliminare eventuali squilibri tra domanda e offerte a livello settoriale. Tale meccanismo è rappresentato dal cosiddetto principio di adeguamento dello stock di capitale secondo il quale gli imprenditori decidono la propria politica di investimento basandosi sulle divergenze tra domande e capacità produttive settoriali esistenti ad un certo momento e sulle proprie aspettative relative all'andamento futuro delle domande. Sotto diverse ipotesi sul meccanismo secondo il quale si formano le aspettative imprenditoriali, si è dimostrato che gli squilibri settoriali tendono, nel tempo, ad essere eliminati. Ma si è anche notato come

38. Cfr. P. A. BARAN-P. M. SWEEZY, *Il capitale monopolistico* cit.

39. Cfr. J. K. GALBRAITH, *Il nuovo stato industriale* cit., S. LOMBARDINI, *Concorrenza, monopolio e sviluppo* cit.

il processo di eliminazione degli squilibri possa essere reso più difficile dell'esistenza di strozzature e di ritardi che possono determinare l'insorgere di tensioni inflazionistiche a livello settoriale che si possono poi estendere anche a tutto il sistema e che possono durare per periodi di tempo non trascurabili.

Si è anche visto come la possibilità di tensioni inflazionistiche sia ancora maggiore nel caso che la domanda globale risulti in eccesso rispetto al livello consistente con la piena occupazione. La presenza di tensioni inflazionistiche provoca però variazioni nella distribuzione del reddito che possono avere l'effetto di eliminare l'eccesso di domanda globale e cioè una delle cause delle tensioni inflazionistiche, non però l'altra e cioè quella derivante da strozzature e da ritardi. In ogni caso, si è notato che questo processo di riequilibrio può essere eccessivamente lungo specie se i salariati reagiscono ad aumenti dei prezzi richiedendo ed ottenendo aumenti nel saggio di salario monetario. È quindi probabile che, molto prima che il processo inflazionistico termini per gli effetti del meccanismo redistributivo, esso venga bloccato da manovre restrittive da parte dei pubblici poteri. Tali manovre possono avere, e spesso hanno, l'effetto di far cadere l'economia in una situazione di depressione per superare la quale è necessario che la domanda globale sia di nuovo fatta aumentare. Ma è molto dubbio che ciò possa accadere senza un intervento diretto da parte dei pubblici poteri.

Si potrebbe, a questo punto, affermare che ciò che occorre è che i pubblici poteri si incarichino di mantenere la domanda globale ad un livello consistente con la piena occupazione. Si tratterebbe cioè di ampliare la spesa pubblica in presenza di situazioni depressive e di contenerla quando si manifestano eccessi di domanda globale e tensioni inflazionistiche. Si potrebbe allora dire che questa non è nient'altro che la politica anticongiunturale ormai universalmente accettata ed attuata. Però si può innanzi tutto osservare che tale politica è per lo più attuata con una visione strettamente di *breve periodo*. Sembra quasi che compito dei pubblici poteri sia quello di intervenire quando si è in situazioni inflazionistiche o in situazioni depressive senza preoccuparsi molto di cosa fare per cercare di evitare l'insorgere di tali situazioni. Si arriva così alla politica che nella terminologia anglosassone è denominata: *stop and go policy* i cui deleteri effetti, in termini di incertezza delle prospettive e di impossibilità di rapidi sviluppi tecnologici e produttivi, sono fin troppo noti per essere ricordati.

Il problema è invece proprio quello di come operare per evitare le fasi di *stop*. Questo richiede che i pubblici poteri controllino *sempre*, e non soltanto nei momenti critici, il livello della domanda globale. Ma per far questo non bastano i tradizionali strumenti della politica monetaria e fiscale. Occorre anche che i pubblici poteri assumano in proprio attività imprenditoriali e siano così in grado di influenzare in modo deciso l'attività di investimento.

Inoltre, siccome tensioni inflazionistiche possono originarsi anche quando la domanda globale è a un livello consistente con la piena occupazione in seguito a strozzature e a ritardi che si possono manifestare a livello dei singoli settori, i pubblici poteri debbono preoccuparsi di intervenire attuando o, almeno, favorendo l'attuazione di adeguati e tempestivi investimenti nei settori che potrebbero, in un futuro più o meno lontano, costituire delle strozzature allo sviluppo dell'intero sistema. Soltanto in questo modo sarà possibile evitare le congiunture sfavorevoli e i costi, in termini di disoccupazione e di mancato sviluppo, che esse comportano.

I pubblici poteri debbono quindi preoccuparsi sia di mantenere l'equilibrio a livello macroeconomico (domanda globale) sia di evitare che eventuali squilibri settoriali possano estendersi a tutto il sistema. Ciò naturalmente richiede che lo sviluppo del sistema venga adeguatamente programmato a livello settoriale e che i pubblici poteri abbiano delle possibilità concrete di intervenire a tale livello. Il modello di equilibrio che è stato presentato nei primi due capitoli di questo lavoro non può avere senso che in un contesto di programmazione di questo tipo.

È anche chiaro che tra i fini della programmazione, oltre a quello dello sviluppo in equilibrio ed in piena occupazione, ci possono essere, o ci debbono essere, anche altri fini. Tra questi ricordiamo quelli relativi ad una diversa distribuzione dei consumi, tra consumi pubblici e privati, tra consumi di beni di prestigio e consumi di beni che elevano il livello culturale della popolazione, ecc. Per tener conto di questi obiettivi non si potrà accettare la teoria del consumo che è stata sopra sviluppata come pura esemplificazione. In particolare, ci si dovrà preoccupare di fornire ai pubblici poteri degli strumenti adeguati a far sì che i consumi si muovano nel senso desiderato. Quello che però siamo in grado di affermare è che l'apparato analitico sviluppato nel presente lavoro può essere utilizzato per programmare lo sviluppo di una economia in cui ci si proponga di influire sulla dinamica dei consumi. La funzione prin-

cipale del modello di equilibrio sopra presentato è infatti quella di mettere in luce le relazioni che debbono *comunque* sussistere tra le diverse variabili economiche, sia a livello globale che a livello settoriale, se si vuole che lo sviluppo del sistema economico avvenga in modo ordinato ed efficiente.

Appendice al capitolo III: La stabilità del modello quando la domanda aggregata è ad un livello consistente con la piena occupazione: dimostrazione.

Nel § 2 del cap. III si sono riportate alcune conclusioni relative alla stabilità del nostro modello sotto le seguenti ipotesi ivi commentate:

a) il livello della domanda aggregata è sempre consistente con la piena occupazione e tale che gli andamenti delle domande settoriali possono essere espressi, in ogni intervallo di tempo: $\tau_j \leq t \leq \tau_{j+1}$, da:

$$(1) \quad D_i = a_{in}(t) N_0 e^{et} = \{[a_{in}(\tau_j) - \bar{a}_{in}(\tau_j)] e^{-\bar{r}(\tau_j)[t-\tau_j]} + \bar{a}_{in}(\tau_j)\} N_0 e^{et}$$

b) le decisioni di investimento vengono prese in accordo al principio di adeguamento dello stock di capitale che è espresso formalmente da:

$$(2) \quad \dot{x}_i = \dot{D}_i^* + \sigma_i [D_i - x_i]$$

c) le aspettative imprenditoriali nei confronti delle domande settoriali sono formate secondo il meccanismo indicato dalla espressione che segue:

$$(3) \quad \dot{D}_i^* = \rho_i \dot{D}_i + \vartheta_i (D_i - D_i^*)$$

Lo scopo di questa appendice è quello di dare una dimostrazione di quanto allora si era affermato.

Innanzitutto ricordiamo che la relazione (3), in alcuni casi particolari e precisamente quando: $\vartheta_i \rightarrow \infty$, oppure quando: $\rho_i = 1$ e $\vartheta_i = 0$, degenera nell'espressione seguente:

$$(4) \quad \dot{D}_i^* = \dot{D}_i$$

Per comodità espositiva, tratteremo prima questi casi particolari ed in seguito il caso generale espresso (3). Sempre per comodità espositiva, e senza perdita di generalità, supporremo, in ciò che segue, che la nostra analisi della stabilità inizi al tempo $t = 0$. Quindi scriveremo:

$$(5) \quad \tau_j = 0$$

Inoltre, in questa appendice, supporremo che dopo $t = \tau_j = 0$, non si abbiano variazioni nei parametri che definiscono le variabili che ci interessano. Nel § 3 del testo questa limitazione è stata tolta e si è discusso il problema della stabilità nell'ipotesi che anche dopo $t = \tau_j = 0$ si abbiano variazioni nei parametri rilevanti.

Se allora sostituiamo la (4) e la (1) nella (2), tenendo conto della (5), ed eseguiamo alcuni semplici passaggi algebrici, possiamo ottenere:

$$(6) \quad \dot{x}_i + \sigma_i x_i = [a_{in}(0) - \bar{a}_{in}(0)] [\sigma_i + \varepsilon - \bar{\gamma}(0)] N_0 e^{[\varepsilon - \bar{\gamma}(0)]t} + \bar{a}_{in}(0) N_0 (\sigma_i + \varepsilon) e^{\varepsilon t}$$

che è una equazione differenziale, lineare, del primo ordine, non omogenea. Il suo integrale generale è dato da:

$$(7) \quad x_i(t) = E_i e^{-\sigma_i t} + \{[a_{in}(0) - \bar{a}_{in}(0)] e^{-\bar{\gamma}(0)t} + \bar{a}_{in}(0)\} N_0 e^{\varepsilon t} = E_i e^{-\sigma_i t} + D_i(t)$$

dove E_i è la costante di integrazione da determinarsi per mezzo delle condizioni iniziali. In particolare, deve essere: $E_i = x_i(0) - D_i(0)$. Dalla soluzione (7) appare chiaro che, al crescere del tempo, la capacità produttiva in ciascun settore tenderà a portarsi al livello della domanda. Quindi, eventuali divergenze tra capacità produttive e domande settoriali che possono derivare da errori di previsione commessi nel passato tendono ad essere corretti col passare del tempo e il modello è *stabile*.

Consideriamo ora il caso più generale dato dalla (3). Sostituendo la (1) nella (3), tenendo sempre conto della (5), si può ottenere, dopo qualche passaggio, la seguente equazione differenziale:

$$(8) \quad \dot{D}_i^* + \vartheta_i D_i^* = [a_{in}(0) - \bar{a}_{in}(0)] N_0 \{ \rho_i [\varepsilon - \bar{\gamma}(0)] + \vartheta_i \} e^{[\varepsilon - \bar{\gamma}(0)]t} + \bar{a}_{in}(0) N_0 (\rho_i \varepsilon + \vartheta_i) e^{\varepsilon t}$$

Da questa equazione, per integrazione, si può ottenere:

$$(9) \quad D_i^*(t) = E_i e^{-\vartheta_i t} + A_i [a_{in}(0) - \bar{a}_{in}(0)] N_0 e^{[\varepsilon - \bar{\gamma}(0)]t} + B_i \bar{a}_{in}(0) N_0 e^{\varepsilon t}$$

dove si è posto:

$$(10) \quad A_i = \frac{\{ \rho_i [\varepsilon - \bar{\gamma}(0)] + \vartheta_i \}}{\varepsilon - \bar{\gamma}(0) + \vartheta_i}$$

$$(11) \quad B_i = \frac{\rho_i \varepsilon + \vartheta_i}{\varepsilon + \vartheta_i}$$

e dove E_i è l'usuale costante di integrazione da determinarsi con le condizioni iniziali.

Ora, differenziando la (9), sostituendo il risultato nella (2), tenendo conto della (1) e della (5), si può, con qualche passaggio, ottenere:

$$(12) \quad \dot{x}_i + \sigma_i x_i = -E_i \vartheta_i e^{-\vartheta_i t} + \{A_i [\varepsilon - \bar{\gamma}(0)] + \sigma_i\} [a_{in}(0) - \bar{a}_{in}(0)] N_0 e^{[\varepsilon - \bar{\gamma}(0)]t} + [B_i \varepsilon + \sigma_i] \bar{a}_{in}(0) N_0 e^{\varepsilon t}$$

Questa è una equazione differenziale lineare, del primo ordine, non omogenea. Il suo integrale è dato da una somma di esponenziali che può essere così espressa:

$$(13) \quad x_i(t) = F_i e^{-\sigma_i t} + G_i e^{-\vartheta_i t} + H_i e^{[\varepsilon - \bar{\gamma}(0)]t} + L_i e^{\varepsilon t}$$

dove F_i è la costante di integrazione che viene determinata dal valore iniziale: $x_i(0)$, G_i è un'altra costante facilmente determinabile una volta nota la costante E_i che compare nella (12) e dove H_i ed L_i hanno, tenendo conto delle (10) e (11), le espressioni che seguono:

$$(14) \quad H_i = \left\{ \left[\frac{\rho_i [\varepsilon - \bar{\gamma}(0)] + \vartheta_i}{\varepsilon - \bar{\gamma}(0) + \vartheta_i} [\varepsilon - \bar{\gamma}(0)] + \sigma_i \right] \frac{1}{\varepsilon - \bar{\gamma}(0) + \sigma_i} \right\} \cdot [a_{in}(0) - \bar{a}_{in}(0)] N_0$$

$$(15) \quad L_i = \left\{ \left[\frac{\rho_i \varepsilon + \vartheta_i}{\varepsilon + \vartheta_i} \varepsilon + \sigma_i \right] \frac{1}{\varepsilon + \sigma_i} \right\} \bar{a}_{in}(0) N_0$$

Ora, si può immediatamente notare che se: $\rho_i = 1$, le espressioni entro parentesi graffe nelle (14) e (15) sono anch'esse eguali a 1. In tale caso, la (13) può essere scritta come:

$$(13 \text{ bis}) \quad x_i(t) = F_i e^{-\sigma_i t} + G_i e^{-\vartheta_i t} + \{[a_{in}(0) - \bar{a}_{in}(0)] e^{-\bar{\gamma}(0)t} + \bar{a}_{in}(0)\} N_0 e^{\varepsilon t} = F_i e^{-\sigma_i t} + G_i e^{-\vartheta_i t} + D_i(t)$$

Questa relazione mostra che, al crescere del tempo, l'andamento della capacità produttiva in ogni settore i mo tenderà ad avvicinarsi indefinitamente all'andamento della domanda. Anche in questo caso quindi il modello è *stabile*.

Invece, per ogni altro valore di ρ_i , le espressioni entro parentesi graffe nelle (14) e (15) sono diverse da 1 e quindi le capacità produttive dei diversi settori non tendono, al crescere del tempo, a diventare esattamente uguali alle domande settoriali. Ciò nondimeno, si può osservare che, nel lungo periodo, capacità produttive

e domande settoriali tenderanno a crescere allo stesso saggio. Infatti queste variabili hanno un andamento espresso da una somma di esponenziali. In lungo periodo quindi, la componente costituita dall'esponenziale con saggio di crescita più elevato «dominerà», come si dice nella terminologia matematica, tutte le altre componenti.

Si può quindi affermare, esaminando la (1) e tenendo conto della (5), che in lungo periodo le domande settoriali tenderanno ad assumere il seguente andamento limite:

$$(16) \quad \widehat{D}_i(t) = \bar{a}_{in}(0) N_0 e^{st}$$

D'altra parte, dalle (13) e (15), si può osservare che l'andamento limite delle capacità produttive settoriali è dato da:

$$(17) \quad \widehat{x}_i(t) = \left\{ \left[\frac{\rho_i \varepsilon + \vartheta_i}{\varepsilon + \vartheta_i} \varepsilon + \sigma_i \right] \frac{1}{\varepsilon + \sigma_i} \right\} \bar{a}_{in}(0) N_0 e^{st}$$

Dati questi andamenti limite di $D_i(t)$ e $x_i(t)$, si può affermare che:

$$(18) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x_i(t)}{D_i(t)} = \left[\frac{\rho_i \varepsilon + \vartheta_i}{\varepsilon + \vartheta_i} \varepsilon + \sigma_i \right] \frac{1}{\varepsilon + \sigma_i} = M = \text{cost.}$$

Quindi nella terminologia della teoria della stabilità, si dice che il modello è *relativamente stabile*.

Ora, si può notare che la costante M nella (18), per valori di $\rho_i < 1$ e valori di ϑ_i finiti, risulta inferiore a 1. Perciò, sotto le ipotesi fino ad ora mantenute, gli imprenditori si troverebbero, a lungo andare, ad avere un margine costante, e pari a: $1 - M$ di deficienza di capacità produttiva. In tale caso però, essi non saranno soddisfatti del proprio comportamento e perciò, con ogni probabilità, saranno indotti a modificare il meccanismo secondo cui formulavano le proprie aspettative. Come è stato visto nel testo, è possibile tener conto, almeno in modo approssimato, della modificazione nel meccanismo di formazione delle aspettative variando opportunamente i parametri ρ_i e/o ϑ_i .

Si noti ora che: $M \rightarrow 1$ sia quando: $\rho_i \rightarrow 1$ sia quando: $\vartheta_i \rightarrow \infty$. Se quindi gli imprenditori modificheranno il meccanismo di formazione delle proprie aspettative variando questi parametri (o almeno uno di essi) nel senso indicato, essi potranno ridurre man mano il proprio margine di capacità, e al limite, potranno annullarlo. In quest'ultimo caso, il modello risulterebbe *stabile* e non soltanto *relativamente stabile*. Ma di ciò si è detto più diffusamente nel testo.

INDICI

Amosov Luigi, 117.
Arrow Kenneth J., 69, 142, 161, 163.

Barsh Paul A., 60, 131, 157, 177,
180.

Beckerman William, 69.
Block H. D., 163, 165.
Brambilla Francesco, 163.
Krofenbrenner Maria, 152.

Chakravarty Sakharoy, 52.
Champenow David G., 12.
Canti R., 163.
Cassin Bruno, 8.

Dehucu Gerard, 108.
Dobb Maurice, 9.
Donner Emory D., 28-29.
Dorfman Robert, 16.

Eagel Ernst, 14-15.

Friedman Milton, 172.

Gallbraith John Kenneth, 131, 176,
177, 180.
Gale David, 10, 19.

Gardella Gian Carlo, 163, 165.
Georgescu-Roegen Nicholas, 39, 63.
Giffman S. Colum, 66.
Gordans Richard M., 1, 117.

Hagar Douglas C., 43.
Hahn Frank H., 13, 84, 125, 133.
Hansen Alvin H., 60, 112.
Harrod Roy F., 28, 125, 173.
Hicks John R., 16-18, 38, 108, 112,
134, 135, 141, 161.

Hirsch Werner Z., 69.
Holzman Franklin D., 112.
Humbaker Hendrik S., 15, 108.
Hurwicz Leonid, 193, 163.

Jaffé William, 64.
Johnson Harry G., 172.
Jorgenson Dale W., 71.

Kalocki Michael, 67.
Kaidor Nicholas, 67, 69, 84, 94.
Kahn Richard P., 157.
Karian Samuel, 163.
Keynes John Maynard, 157.
Koopmans Tjalling C., 19, 39.

INDICE DEI NOMI

- Amoroso Luigi, 113.
 Arrow Kenneth J., 69, 142, 163, 165.
 Baran Paul A., 60, 153, 157, 177, 180.
 Beckerman William, 69.
 Block H. D., 163, 165.
 Brambilla Francesco, 163.
 Bronfenbrenner Martin, 152.
 Chakravarty Sukhamoy, 19.
 Champernowne David G., 14.
 Conti R., 163.
 Contini Bruno, 8.
 Debreu Gerard, 108.
 Dobb Maurice, 9.
 Domar Evsey D., 28-29.
 Dorfman Robert, 16.
 Engel Ernst, 14-15.
 Friedman Milton, 172.
 Galbraith John Kenneth, 131, 176-177, 180.
 Gale David, 10, 19.
 Gandolfo Gian Carlo, 163, 165.
 Georgescu-Roegen Nicholas, 59, 82.
 Gilfillan S. Colum, 68.
 Goodwin Richard M., 8, 137.
 Hague Douglas C., 85.
 Hahn Frank H., 13, 84, 125, 133.
 Hansen Alvin H., 60, 137.
 Harrod Roy F., 28, 125, 173.
 Hicks John R., 16-18, 36, 108, 113, 131, 138, 142, 161.
 Hirsch Werner Z., 69.
 Holzman Franklyn D., 152.
 Houthakker Hendrik S., 15, 108.
 Hurwicz Leonid, 163, 165.
 Jaffé William, 64.
 Johnson Harry G., 172.
 Jorgenson Dale W., 13.
 Kalecki Michael, 67.
 Kaldor Nicholas, 67, 69, 85, 94.
 Kahn Richard F., 157.
 Karlin Samuel, 163.
 Keynes John Maynard, 157.
 Koopmans Tjalling C., 19, 59.

- Lange Oskar, 118.
 La Salle Joseph P., 163.
 Lefschetz Solomon, 163.
 Leontief Wassily W., 13.
 Liapunov A. A., 163.
 Lombardini Siro, 8, 114, 177, 180.
 Lundberg Erik, 127.
 Lutz Friedrich A., 85.

 Manara Carlo Felice, 10, 163.
 Mansfield Edwin, 68, 116.
 Marris Robin, 67, 116.
 Marshall Alfred, 109, 165, 175.
 Marx Karl, 9, 60.
 Mathur Gautam, 152, 157.
 Matthews Robert C. O., 84, 125, 131, 133.
 Mckenzie Lionel W., 16, 163.
 Meade James Emily, 84-85.
 Menger Karl, 10.
 Mirrlees James A., 94.
 Modigliani Franco, 85.
 Morishima Michio, 10, 13, 16, 82, 85.

 Napoleoni Claudio, 10.
 Negishi Takashi, 140, 160.
 Nelson Richard R., 64.
 Nerlove Marc, 142.
 Neumann (von) John, 10-11, 14-17, 87.
 Newlyn W. T., 173.
 Nicola Pier Carlo, 10, 163.
 Nikaido Hukukane, 16.

 Occhionero Luigi, 153.

 Parrinello Sergio, 24-25, 45, 73.
 Pasinetti Luigi, 8, 15, 19-20, 23-26, 28-30, 32-33, 35, 43-47, 64, 82, 85, 115, 126.
 Pedone Antonio, 10.

 Radner Roy, 16.
 Ramsey Frank P., 18.
 Resta Manlio, 73.
 Ricardo David, 9, 60, 105.
 Robinson J., 12, 27, 29, 36, 85, 94, 125, 157, 171-172, 176.

 Salter Wilfred E. G., 67.
 Samuelson Paul Antony, 16, 85, 108, 129, 140, 145, 160, 165.
 Sansone Giovanni, 163.
 Sargan John D., 13.
 Schmookler Jacob, 64.
 Schumpeter Joseph Alois, 67, 91-92, 176, 178.
 Schwartz Jacob T., 82.
 Sen Amartya Kumar, 29.
 Shell Karl, 19.
 Solow Robert M., 16, 31, 82, 145.
 Spaventa Luigi, 10.
 Sraffa Piero, 8-9, 105.
 Steindl Joseph, 60.
 Suppes Patrick, 163.
 Sweezy Paul M., 60, 153, 157, 177, 180.

 Tomasini Luigi M., 10.
 Tsukui Jinkichi, 17.
 Tustin Arnold, 118.
 Tybout Richard A., 68.

 Verdoorn Petrus J., 69.

 Walras M. E. Léon, 64, 165.
 Wold Herman, 109.
 Zaghini Enrico, 82.
 Zarnowitz Victor, 82.

INDICE DEL VOLUME

<p><i>Prefazione</i></p> <p><i>Introduzione. I limiti dei modelli a crescita proporzionale e la necessità di passare ai modelli a crescita non proporzionale</i> »</p> <p>1. Cenno ai modelli classici a crescita proporzionale (p. 9) - 2. Cenno ai modelli che assumono l'andamento della forza-lavoro disponibile come esogeno. Le età dell'oro (p. 11) - 3. Dinamica comparata, convergenza e stabilità (p. 13) - 4. I limiti dei modelli a crescita proporzionale. L'impossibilità di trattare il problema del progresso tecnico (p. 14) - 5. I modelli di sviluppo ottimale (p. 15) - 6. Il piano del lavoro (p. 19).</p> <p><i>Capitolo primo. Un modello di crescita in equilibrio ed in piena occupazione: gli andamenti settoriali relativi a variabili reali</i> »</p> <p>1. Crescita in equilibrio ed in piena occupazione quando le condizioni tecniche rimangono costanti (p. 23) - 2. L'introduzione del progresso tecnico e la sua influenza sui coefficienti tecnici e sui coefficienti di consumo (p. 31) - 3. Gli effetti di variazioni «una tantum» dei coefficienti di lavoro nell'ipotesi di sviluppo proporzionale dei consumi settoriali (p. 35) - 4. L'analisi di modificazioni continue nei coefficienti in «input». Confronti col modello di Pasinetti (p. 43) - 5. Gli effetti di successivi cambiamenti nei coefficienti di lavoro nell'ipotesi di sviluppo proporzionale dei consumi settoriali (p. 47) - 6. Sviluppo in equilibrio ed in piena occupazione quando la struttura dei consumi si modifica nel tempo (p. 50) - 7. Il caso dei beni la cui domanda diminuisce nel tempo (p. 56) - 8. L'analisi dell'introduzione di nuovi beni (p. 59) - 9. La possibilità di riduzione nella quantità di lavoro fornita da una data popolazione (p. 63) - 10. Progresso tecnico indotto dalla crescita della produzione (p. 64) - 11. L'introduzione di progresso tecnico «incorporato» in nuovi beni capitali (p. 71) - 12. La soluzione generale del modello (per il sistema delle quantità) (p. 78).</p>	<p>7</p> <p>9</p> <p>23</p>
--	-----------------------------

Capitolo secondo. *L'andamento di equilibrio dei prezzi, del reddito e dei consumi* p. 81

1. Il sistema dei prezzi (p. 81) - 2. L'andamento del saggio di profitto nell'ipotesi di crescita proporzionale dei consumi settoriali (p. 84) - 3. L'andamento del saggio di profitto quando i diversi settori crescono a saggi tra loro diversi (p. 92) - 4. L'influenza del progresso tecnico sui prezzi dei beni di consumo (p. 95) - 5. Consumi, investimenti e distribuzione del reddito (p. 97) - 6. L'andamento dei prezzi relativi (p. 103) - 7. L'andamento dei coefficienti di consumo pro-capite (p. 107) - 8. Preferenze dei consumatori e introduzione di beni nuovi (p. 114) - 9. Alcune considerazioni sull'andamento delle domande settoriali quando vengono introdotti nuovi beni (p. 118) - 10. Progresso tecnico indotto e crescita delle domande settoriali (p. 122) - 11. Alcune considerazioni sui rapporti capitale-produzione a livello settoriale e a livello globale e sulla neutralità del progresso tecnico (p. 124) - 12. Alcune osservazioni conclusive sui capp. I e II (p. 127).

Capitolo terzo. *La stabilità del modello* » 129

1. La stabilità del modello: logica e ipotesi principali (p. 129) - 2. La stabilità del modello quando la domanda aggregata è mantenuta ad un livello consistente con la piena occupazione (p. 135) - 3. Alcune osservazioni e qualificazioni (p. 147) - 4. Domanda in eccesso rispetto alle capacità produttive e assorbimento della disoccupazione (p. 154) - 5. Eccesso di domanda in una situazione di piena occupazione nell'ipotesi di costanza del salario nominale (p. 157) - 6. Eccesso di domanda in una situazione di piena occupazione nell'ipotesi che il saggio di salario monetario vari al variare dei prezzi (p. 166) - 7. Domanda globale non sufficiente a mantenere la piena occupazione (p. 173) - 8. Alcune osservazioni conclusive sulla possibilità di sviluppo in equilibrio ed in piena occupazione (p. 180).

Appendice al capitolo terzo. *La stabilità del modello quando la domanda aggregata è ad un livello consistente con la piena occupazione: dimostrazione* » 184

FONDAZIONE LUIGI EINAUDI

TORINO

CARTEGGI DI LUIGI EINAUDI

Fra gli scopi statutari della Fondazione è indicata espressamente la raccolta di materiali, manoscritti e lettere di e su Luigi Einaudi.

La Fondazione rivolge pertanto viva preghiera

**a tutti i possessori di lettere,
autografi e documenti di Luigi Einaudi
o di copie di lettere a lui dirette**

di voler cortesemente assecondare questa intrapresa di alto significato storico e scientifico, consentendo ad una delle alternative seguenti:

Donare alla Fondazione, o depositare presso la stessa i materiali in questione.

Inviare in temporanea visione presso la Fondazione i materiali posseduti, consentendone la riproduzione xerografica.

Inviare alla fondazione copie xerografiche o fotografiche (il cui costo verrà prontamente rimborsato).

Inviare alla Fondazione almeno un elenco o inventario dei materiali, specificando per ogni documento la data, il destinatario, l'autografia eventuale, il numero delle pagine o cartelle.

A quanti vorranno collaborare in una qualsiasi di queste forme la Fondazione rivolge sin d'ora il più fervido ringraziamento.

FONDAZIONE LUIGI EINAUDI

TORINO

Pubblicazioni

« Scrittori italiani di politica, economia e storia »

MARSILO DA PADOVA, *Defensor Pacis, nella traduzione in volgare fiorentino del 1363*, a cura di Carlo Pincin - 1966 (pp. 604).
L. 15.000

DALMAZZO FRANCESCO VASCO, *Opere*, a cura di Silvia Rota Ghibaudi - 1966 (pp. 780).
L. 15.000

CARLO ILARIONE PETITTI DI RORETO, *Opere scelte*, a cura di Gian Mario Bravo - 1969 (2 voll., pp. 2100). L. 30.000

« Studi »

1. *Nord e Sud nella società e nell'economia italiana di oggi*. Atti del Convegno promosso dalla Fondazione Einaudi (Torino, 30 marzo - 8 aprile 1967) - 1968 (pp. 544).
L. 4.000

2. GIAN MARIO BRAVO, *Torino operaia. Mondo del lavoro e idee sociali nell'età di Carlo Alberto* - 1968 (pp. 304).
L. 3.000

3-4-5. *Banche, governo e parlamento negli Stati sardi. Fonti documentarie (1843 - 1861)*, a cura di Ernesto Rossi e Gian Paolo Nitti - 1968 (3 voll., pp. xcvm-2196 complessive).
L. 25.000

6. TERENCE COZZI, *Sviluppo e stabilità dell'economia* - 1969 (pp. 196).
L. 2.500

7. ANDREA CAIZZU, *Terra, vigneto e uomini nelle colline novaresi durante l'ultimo secolo* - 1969 (pp. 190).
L. 2.500

« Annali della Fondazione Luigi Einaudi »

Volume I - 1967.

Volume II - 1968.

Abbonamento annuo L. 5.000

FONDAZIONE LUIGI EINAUDI

Via Arsenale 33 - 10121 Torino - Tel. 544.911 - 547.748

Distribuzione:

MESSAGGERIE ITALIANE S.p.A. - Via Giulio Carcano, 32 - 20141 Milano



